BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

TRẦN THỊ HÀ PHƯƠNG

# DẠY HỌC THEO DỰ ÁN MỘT SỐ CHỦ ĐỀ TOÁN RỜI RẠC CHO HỌC SINH CHUYÊN TOÁN

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

HÀ NỘI - 2018

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

TRẦN THỊ HÀ PHƯƠNG

# DẠY HỌC THEO DỰ ÁN MỘT SỐ CHỦ ĐỀ TOÁN RỜI RẠC CHO HỌC SINH CHUYÊN TOÁN

**Chuyên ngành : Lý luận và PPDH bộ môn Toán**
**Mã số : 9.14.01.11**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC**

**Người hướng dẫn khoa học**

1. **PGS.TS CHU CẨM THƠ**
2. **TS LƯU BÁ THẮNG**

**HÀ NỘI - 2018**

# LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu khoa học của riêng tôi. Các số liệu, kết quả nêu trong luận án là trung thực, khách quan và chưa từng được ai công bố trong bất kì công trình khoa học nào.

**Tác giả**

**Trần Thị Hà Phương**

# LỜI CẢM ƠN

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, Phòng sau đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán - Tin, Bộ môn LL & PPDH Toán trường Đại học Sư phạm Hà Nội đã tạo điều kiện cho tôi thực hiện và hoàn thành chương trình nghiên cứu của mình.

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới PGS.TS Chu Cẩm Thơ, TS Lưu Bá Thắng đã tận tình hướng dẫn và giúp đỡ tôi trong suốt quá trình nghiên cứu và hoàn thiện luận án.

Tôi xin gửi lời cảm ơn tới Ban giám hiệu và các bạn đồng nghiệp tại trường THPT Chuyên Bắc Giang, tỉnh Bắc Giang, nơi tôi đang công tác đã động viên, cổ vũ và tạo điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Tôi xin cảm ơn TS Nguyễn Thị Ngọc Ánh, trường THPT Chuyên Thái Nguyên, tỉnh Thái Nguyên và Th.S Đinh Hữu Lâm, trường THPT Chuyên Nguyễn Huệ, thành phố Hà Nội đã nhiệt tình hỗ trợ tôi trong quá trình thực nghiệm sư phạm.

Xin cảm ơn gia đình, bạn bè và các bạn đồng nghiệp gần xa đã luôn động viên, chia sẻ và giúp đỡ tôi trong thời gian học tập và nghiên cứu.

*Hà Nội, ngày 20 tháng 9 năm 2018*

Tác giả luận án

**Trần Thị Hà Phương**

# DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

| *STT* | *Chữ đầy đủ* | *Chữ viết tắt* |
|---|---|---|
| 1 | Chuyên Bắc Giang | CBG |
| 2 | Chuyên Nguyễn Huệ | CNH |
| 3 | Chuyên Thái Nguyên | CTN |
| 4 | Dạy học theo dự án | DHTDA |
| 5 | Dự án học tập | DAHT |
| 6 | GV | GV |
| 7 | Học sinh | HS |
| 8 | Lí thuyết đồ thị | LTĐT |
| 9 | Nhà xuất bản | NXB |
| 10 | Nhiệm vụ | NV |
| 11 | Phương pháp | PP |
| 12 | Phương pháp dạy học | PPDH |
| 13 | Sách giáo khoa | SGK |
| 14 | Thực nghiệm sư phạm | TNSP |
| 15 | Toán rời rạc | TRR |
| 16 | Trang | tr. |
| 17 | Trung học phổ thông | THPT |

# DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1. Bảng so sánh sự khác nhau giữa dạy học theo nhóm và DHTDA ..... 17
Bảng 1.2. Bảng so sánh dạy học thuyết trình giải quyết vấn đề thực tiễn và DHTDA ..... 18
Bảng 1.3. Bảng phân tích khả năng và một số biểu hiện tương ứng của HS năng khiếu Toán ..... 38
Bảng 1.4. Kết quả khảo sát GV đánh giá đặc điểm của HS chuyên Toán ..... 40
Bảng 1.5. Một số nội dung thuộc TRR có thể thiết kế DAHT ..... 47
Bảng 1.6. Kết quả khảo sát GV cho ý kiến đánh giá về chủ đề TRR ..... 48
Bảng 2.1. Bảng GV điền một số chủ đề TRR để tìm nội dung thiết kế DAHT ..... 57
Bảng 2.2. Bảng đề xuất một số ý tưởng thiết kế DAHT chủ đề TRR ..... 57
Bảng 2.3. Phiếu thảo luận nhóm ..... 76
Bảng 2.4. Phiếu đánh giá cá nhân của mỗi nhóm ..... 77
Bảng 2.5. Bảng kế hoạch thực hiện dự án ..... 79
Bảng 2.6. Mẫu phiếu tự đánh giá sau quá trình thực hiện dự án..... 82
Bảng 2.7. Bảng các kĩ năng của năng lực hợp tác thể hiện qua hoạt động của HS 112
Bảng 2.8. Bảng một số tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác và mức độ biểu hiện113
Bảng 2.9. Bảng các kĩ năng của năng lực tự học thể hiện qua hoạt động của HS .. 114
Bảng 2.10. Bảng một số tiêu chí đánh giá năng lực tự học và mức độ biểu hiện. 115
Bảng 2.11. Phiếu đánh giá của mỗi thành viên trong nhóm ..... 119
Bảng 3.1. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K26-CBG trong DHTDA một số chủ đề TRR..... 138
Bảng 3.2. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K28-CTN trong DHTDA một số chủ đề TRR..... 139
Bảng 3.3. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K26-CBG trong DHTDA một số chủ đề TRR..... 141
Bảng 3.4. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K68-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR ..... 142
Bảng 3.5. Kết quả điểm thực hiện dự án và điểm tự luận của HS sau TNSP lần hai . 144
Bảng 3.6. Mô tả mốt, trung vị, giá trị trung bình của điểm dự án và điểm tự luận . 145

# DANH MỤC CÁC HÌNH

Hình 1.1. Đặc điểm của DHTDA.....24
Hình 1.2. Quy trình tổ chức DHTDA .....29
Hình 2.1. Hoạt động của GV trong chọn chủ đề, xây dựng DAHT .....76
Hình 2.2. Sổ theo dõi dự án.....76
Hình 3.1. Slide bổ sung đơn ánh vào PP song ánh của Toán K26-CBG .....125
Hình 3.2. Toán K26-CBG thảo luận nhóm .....126
Hình 3.3. Toán K67-CNH thảo luận nhóm .....126
Hình 3.4. Phiếu đánh giá sau dự án của Toán K26-CBG.....127
Hình 3.5. HS lập kế hoạch thực hiện nhiệm vụ cá nhân .....127
Hình 3.6. Slide đại cương về tổ hợp .....133
Hình 3.7. Slide phân loại các PP đếm .....133
Hình 3.8. Minh họa liên quan đến bài toán Tháp Hà Nội.....133
Hình 3.9. Các slide bài toán đếm nhờ ánh xạ của học sinh .....133
Hình 3.10. Minh họa cánh hoa và dãy Fibonacci.....134
Hình 3.11. HS chuẩn bị mô hình báo cáo.....134
Hình 3.12. GV và HS tham dự buổi báo cáo sản phẩm của Toán K26-CBG .....134
Hình 3.13. Sản phẩm sau dự án của K28-CTN .....135
Hình 3.14. HS dùng Google maps minh họa các đường đi.....136
Hình 3.15. GV trao đổi với các nhóm Toán K26-CBG .....137
Hình 3.16. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực hợp tác thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K26-CBG .....139
Hình 3.17. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực hợp tác thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K28-CTN.....140
Hình 3.18. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực tự học thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K26-CBG .....142
Hình 3.19. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực tự học thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K68-CNH .....143

# MỤC LỤC

**LỜI CAM ĐOAN** ..... **i**
**LỜI CẢM ƠN** ..... **ii**
**DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT** ..... **iii**
**DANH MỤC CÁC BẢNG** ..... **iv**
**DANH MỤC CÁC HÌNH** ..... **v**
**MỤC LỤC** ..... **vi**
**MỞ ĐẦU** ..... 1
1. Lí do chọn đề tài ..... 1
2. Mục đích nghiên cứu ..... 3
3. Đối tượng nghiên cứu và phạm vi nghiên cứu ..... 3
4. Giả thuyết khoa học ..... 3
5. Nhiệm vụ nghiên cứu ..... 4
6. Phương pháp nghiên cứu ..... 4
7. Luận điểm đưa ra bảo vệ ..... 5
8. Những đóng góp của luận án ..... 5
9. Cấu trúc luận án ..... 5
**Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN CỦA VIỆC DẠY HỌC THEO DỰ ÁN CHO HỌC SINH CHUYÊN TOÁN** ..... 6
**1.1. Định hướng đổi mới phương pháp dạy học ở trường trung học phổ thông**. 6
1.1.1. Định hướng chung về đổi mới PPDH trong các trường THPT ..... 6
1.1.2. Định hướng về đổi mới PPDH trong dạy học môn Toán tại trường THPT Chuyên ..... 7
**1.2. Cơ sở lý luận và thực tiễn về dạy học theo dự án** ..... 10
1.2.1. Lịch sử vấn đề nghiên cứu và một số hướng nghiên cứu về DHTDA . 10
1.2.2. Khái niệm về dạy học theo dự án ..... 13
1.2.3. Đặc điểm của dạy học theo dự án ..... 24

1.2.4. Quy trình thực hiện dạy học theo dự án ..... 28
1.2.5. Nâng cao năng lực hợp tác và năng lực tự học của học sinh trong DHTDA ..... 31
**1.3. Dạy học theo dự án chủ đề Toán rời rạc ở trường THPT Chuyên** ... 33
1.3.1. Vai trò của Toán rời rạc và ứng dụng ..... 33
1.3.2. Mục tiêu dạy học nội dung Toán rời rạc ở trường THPT chuyên ..... 36
1.3.3. Đặc điểm của học sinh năng khiếu Toán bậc THPT và tiềm năng dạy học theo dự án cho học sinh chuyên Toán ..... 37
1.3.4. Thực tiễn dạy học chủ đề Toán rời rạc ở một số trường THPT Chuyên .. 45
**Kết luận chương 1** ..... 49
**Chương 2. THIẾT KẾ VÀ TỔ CHỨC DẠY HỌC THEO DỰ ÁN MỘT SỐ CHỦ ĐỀ TOÁN RỜI RẠC** ..... 50
**2.1. Nội dung kiến thức và xây dựng tài liệu tham khảo trong dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc thuộc chương trình chuyên Toán THPT** ..... 50
2.1.1. Các kiến thức về Toán rời rạc trong chương trình chuyên Toán THPT . 50
2.1.2. Xây dựng và sử dụng tài liệu về Toán rời rạc trong tổ chức dạy học theo dự án .. 51
2.1.3. Một số chủ đề Toán rời rạc có thể thiết kế thành dự án học tập ..... 56
**2.2. Thiết kế dự án học tập** ..... 59
2.2.1. Quy trình thiết kế dự án học tập ..... 59
2.2.2. Thiết kế một số dự án học tập chủ đề Toán rời rạc ..... 61
**2.3. Tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc** ..... 74
2.3.1. Phân tích quy trình tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc .. 74
2.3.2. Tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc ..... 82
**2.4. Sự hỗ trợ của dạy học theo dự án đối với việc phát triển năng lực hợp tác và năng lực tự học của học sinh** ..... 112

2.4.1. Sự hỗ trợ của dạy học theo dự án đối với việc phát triển năng lực hợp tác của học sinh ..... 112
2.4.2. Sự hỗ trợ của dạy học theo dự án đối với việc phát triển năng lực tự học của học sinh ..... 114
**2.5. Thiết kế công cụ đánh giá quá trình thực hiện dự án của nhóm** ..... 116
2.5.1. Thiết kế bộ công cụ đánh giá ..... 116
2.5.2. Thiết kế phương án đánh giá ..... 118
**Kết luận chương 2** ..... 120
**Chương 3. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM** ..... 121
**3.1. Mục đích, nhiệm vụ và đối tượng của thực nghiệm sư phạm** ..... 121
3.1.1. Mục đích của thực nghiệm sư phạm ..... 121
3.1.2. Nhiệm vụ của thực nghiệm sư phạm ..... 121
3.1.3. Đối tượng và dự án thực nghiệm sư phạm ..... 121
**3.2. Quy trình thực nghiệm sư phạm và phương án đánh giá kết quả** 122
3.2.1. Quy trình thực nghiệm sư phạm ..... 122
3.2.2. Phương pháp đánh giá kết quả thực nghiệm sư phạm ..... 123
**3.3. Phân tích kết quả thực nghiệm sư phạm** ..... 123
3.3.1. Phân tích định tính ..... 123
3.3.2. Kết quả định lượng ..... 138
**3.4. Trao đổi, rút ra nhận xét sau thực nghiệm sư phạm** ..... 146
**Kết luận chương 3** ..... 148
**KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ ..... 149**
**CÁC CÔNG TRÌNH CỦA TÁC GIẢ ..... 150**
**TÀI LIỆU THAM KHẢO ..... 152**

## PHỤ LỤC

Phụ lục 1: Phiếu xin ý kiến giáo viên đánh giá đặc điểm của HS chuyên Toán .. P1
Phụ lục 2: Phiếu xin ý kiến giáo viên về dạy học nội dung Toán rời rạc ..... P2
Phụ lục 3: HS đánh giá về năng lực hợp tác, năng lực tự học ..... P5
Phụ lục 4: Bảng đánh giá quá trình thực hiện dự án của nhóm ..... P7
Phụ lục 5: Phiếu bài tập ..... P15
Phụ lục 6: Trích một số bài toán nội dung Tổ hợp, bài toán đếm trong sản phẩm của học sinh ..... P17
Phụ lục 7: Trích sản phẩm của học sinh nội dung khoảng cách Taxicab ..... P26
Phụ lục 8: Trích một số bài toán trong vận dụng LTĐT của học sinh..... P39
Phụ lục 9: Một số đề kiểm tra tự luận trong TNSP ..... P45

# MỞ ĐẦU

## 1. Lí do chọn đề tài

Ở Việt Nam, một số lớp chuyên Toán cấp 3 đầu tiên bắt đầu được thành lập từ năm 1966 tại một số tỉnh, thành phía Bắc theo chủ trương bồi dưỡng, phát hiện nhân tài cho đất nước. Ở Việt Nam hiện nay có 86 trường THPT Chuyên ở tất cả các tỉnh, thành phố trực thuộc Trung ương và tại một số trường Đại học. Thực tiễn giáo dục thời gian qua cho thấy hầu hết các trường THPT Chuyên đều là những điểm sáng của giáo dục nước nhà, đã phát hiện và đào tạo nhiều thế hệ HS giỏi, HS năng khiếu. Đề án về phát triển hệ thống trường THPT Chuyên giai đoạn 2010-2020 đã được Thủ tướng Chính phủ ký phê duyệt ngày 24-6-2010 theo Quyết định số 959/QĐ –TTg. Đề án đặt ra mục tiêu chung phát triển hệ thống các trường THPT Chuyên, trong đó có mục tiêu cụ thể "*nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, chú trọng giáo dục thể chất và bồi dưỡng nhân cách người học; tạo điều kiện để HS phát triển toàn diện, chuyên sâu một lĩnh vực, giỏi tin học và ngoại ngữ; phát triển năng lực tư duy độc lập, sáng tạo; kĩ năng thực hành, tăng khả năng hoạt động thực tiễn*" [30]. Đề án cũng đã xây dựng một số nhiệm vụ, giải pháp, trong đó có "*Biên soạn tài liệu về hướng dẫn, phát triển chương trình các môn chuyên, về đổi mới PPDH, đổi mới kiểm tra đánh giá; về dạy học trực tuyến, dạy học theo dự án*" [30]. Nhiệm vụ của trường THPT Chuyên được quy định cụ thể trong thông tư ban hành quy chế tổ chức, hoạt động của trường THPT Chuyên (06/2012/TT-BGDĐT) "*... giáo dục các em thành người có lòng yêu nước, tinh thần vượt khó, tự hào, tự tôn dân tộc; có khả năng tự học, nghiên cứu khoa học và sáng tạo...*" [4]. Theo đó, một trong những nhiệm vụ của trường chuyên là nâng cao khả năng tự học, nghiên cứu khoa học và sáng tạo của HS. Trong quá trình học tập, ngoài khả năng tự học thì kĩ năng học tập đóng một vai trò quan trọng, quyết định chất lượng học tập của mỗi HS. Một trong những kĩ năng đó là kĩ năng học tập hợp tác. Việc phát triển năng lực hợp tác cho HS ngoài tạo ra hiệu quả học tập trong xã hội hiện đại còn rèn luyện nhiều kĩ năng sống cần thiết cho các em trong hiện tại và tương lai.

Để thực hiện việc đổi mới đáp ứng hiệu quả mục tiêu trong Đề án thì trước hết đội ngũ GV dạy chuyên nói chung, trong đó có GV dạy chuyên Toán nói riêng, phải có những đổi mới trong hình thức tổ chức dạy học và trong đánh giá. Mô hình dạy học mới cần đảm bảo tiêu chí dạy và học là dạy cách học; phát huy mạnh mẽ tính chủ động, tích

cực, khả năng tự học, sự sáng tạo và khả năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn của người học; công nghệ thông tin được khai thác hiệu quả để phục vụ cho việc dạy và học. Trong nửa cuối thế kỉ XX nhiều PPDH tích cực được triển khai, trong đó có DHTDA. DHTDA là một PPDH mà nội dung dạy học được thiết kế thành DAHT, trong đó người học tham gia vào việc giải quyết một nhiệm vụ học tập và tạo ra sản phẩm có ý nghĩa. Dự án được phát triển từ những vấn đề mang tính vận dụng, sáng tạo, đặt người học vào những vai trò tích cực như: đặt vấn đề, giải quyết vấn đề, đưa ra quyết định, thực hiện điều tra và trình bày báo cáo. DHTDA có nhiều đặc trưng như định hướng thực tiễn, định hướng hành động, định hướng hứng thú, định hướng sản phẩm, đề cao tính tự lực của người học nhưng được gắn kết với môi trường làm việc hợp tác,... Qua gần một thập kỉ nghiên cứu và tổ chức các thực nghiệm, Bransford, Brown và Cocking (1999) đã chứng minh rằng DHTDA có hiệu quả đặc biệt, là một chiến lược dạy học sáng tạo và tạo ra tri thức cho người học theo chiều sâu [49]. Quỹ giáo dục George Lucas (Hoa Kì, 2001) có các báo cáo tổng kết đánh giá sự tham gia đầy đủ, nhiệt tình của HS vào các DAHT, đồng thời tăng cường kĩ năng học tập hợp tác, cải thiện thành tích học tập [54]. Boaler (1999), SRI (2000) đã đánh giá rằng khi tham gia vào các DAHT, người học nâng cao trách nhiệm của bản thân hơn theo kiểu học truyền thống, chịu trách nhiệm với việc nghiên cứu và sản phẩm dự án của mình, có cơ hội để phát triển các kĩ năng phức tạp, các tư duy bậc cao, khả năng giải quyết vấn đề, kĩ năng hợp tác và giao tiếp. Các nghiên cứu của Frey (1994) [60], Harris (2002) [62], McGrath (2002) [73], Solomon (2003) [83] đều chỉ ra đặc điểm chính của DHTDA là người học được phát triển kĩ năng giao tiếp và tư duy sáng tạo, cách suy nghĩ mang tính thực tế cao khi tự học, tự tìm tòi, khám phá và đưa ra các quyết định dựa trên kinh nghiệm và thử nghiệm trong cuộc sống thực. Tretten và Zachariou (1997) [85], Boaler (1998), Barron (1998) [46], Katz và Chard (1999) [65] trong các công trình nghiên cứu đều nêu bật hiệu quả của tổ chức DHTDA. Tretten và Zachariou cho rằng học tập qua dự án giúp củng cố thói quen làm việc và kĩ năng tư duy phê phán cũng như năng suất làm việc của người học.

Như vậy DHTDA có những đặc điểm phù hợp với yêu cầu đổi mới PPDH; DHTDA vừa phù hợp với mục tiêu chuyên sâu một lĩnh vực, đồng thời định hướng phát triển năng lực hợp tác, năng lực tự học, tư duy độc lập, sáng tạo, tăng kĩ năng thực hành và khả năng hoạt động thực tiễn cho HS.

TRR là một trong những nội dung Toán học có vai trò trong việc rèn luyện tư duy Toán học và kĩ năng giải toán. TRR khuyến khích một cách tiếp cận khám phá trong giảng dạy, có thể giúp HS vận dụng vào một số tình huống thực tiễn. Với những đặc điểm của DHTDA, nếu áp dụng vào tổ chức dạy học chủ đề TRR cho HS chuyên Toán sẽ có nhiều thuận lợi, khi HS chuyên có khả năng tự học, tích cực trong hoạt động và được học một số chủ đề Toán học rất mở, đòi hỏi tư duy, kĩ năng giải toán và khả năng vận dụng thực tiễn. Hiện nay ở Việt Nam đã có một số tác giả nghiên cứu về DHTDA, tuy nhiên chưa có nghiên cứu nào cụ thể trên đối tượng HS chuyên Toán ở trường THPT Chuyên, và cũng chưa có DAHT nào về chủ đề TRR. Vì thế, có thể tổ chức DHTDA một số nội dung của TRR cho HS chuyên Toán hay không, và cần phải tổ chức dạy học như thế nào để việc học tập được hiệu quả, nâng cao được năng lực hợp tác, năng lực tự học cho HS, nhất là HS chuyên Toán, đến nay vẫn là những câu hỏi ngỏ cần nghiên cứu.

Xuất phát từ những lý do trên, chúng tôi lựa chọn đề tài: "*Dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc cho học sinh chuyên Toán*".

**2. Mục đích nghiên cứu**

Mục đích nghiên cứu của đề tài là: Nghiên cứu, vận dụng DHTDA trong dạy học một số chủ đề của TRR nhằm tạo điều kiện để HS nâng cao năng lực hợp tác, năng lực tự học, qua đó góp phần đổi mới PPDH, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở trường THPT Chuyên.

**3. Đối tượng nghiên cứu và phạm vi nghiên cứu**

- Đối tượng nghiên cứu là DHTDA chủ đề TRR cho HS chuyên Toán ở trường THPT Chuyên.

- Phạm vi nghiên cứu là chủ đề TRR trong chương trình chuyên Toán hệ THPT Chuyên.

**4. Giả thuyết khoa học**

Nếu vận dụng DHTDA phù hợp với đặc điểm đối tượng HS, chương trình chuyên Toán để thiết kế được một số chủ đề TRR thành DAHT thì sẽ nâng cao năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS, góp phần đổi mới PPDH, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở trường THPT Chuyên.

**5. Nhiệm vụ nghiên cứu**

- Nghiên cứu cơ sở lý luận về DHTDA.

- Khảo sát, điều tra thực trạng dạy và học Toán ở một số trường THPT Chuyên nhằm phân tích thực tiễn việc dạy học TRR, từ đó là cơ sở định hướng đổi mới PPDH chủ đề này.

- Xây dựng hệ thống tài liệu tham khảo nội dung TRR.

- Đề xuất quy trình thiết kế và tổ chức DHTDA chủ đề TRR cho HS chuyên Toán.

- Thiết kế DAHT một số chủ đề thuộc TRR trong chương trình chuyên Toán THPT và bộ công cụ đánh giá quá trình và kết quả học tập của HS sau DAHT.

- Thiết kế một số tiêu chí để đánh giá năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS thể hiện trong quá trình thực hiện DAHT.

- Thực nghiệm sư phạm để kiểm chứng giả thuyết khoa học của đề tài, kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của phương án dạy học đã thiết kế.

**6. Phương pháp nghiên cứu**

- *Phương pháp nghiên cứu lý luận:*

+ Nghiên cứu các công trình khoa học về quy chế tổ chức hoạt động, mục tiêu trường chuyên và định hướng đổi mới PPDH của GV trong dạy học môn Toán tại trường THPT Chuyên.

+ Phân tích, tổng hợp lý thuyết về DHTDA, các tài liệu về một số chủ đề TRR và các tài liệu khác liên quan đến đề tài.

- *Phương pháp điều tra, quan sát*

+ Dự giờ, quan sát và điều tra thực trạng về việc DHTDA trong dạy học môn Toán ở trường THPT.

+ Thu thập và phân tích các dữ liệu thông qua điều tra, quan sát quá trình dạy học chủ đề TRR ở trường THPT Chuyên.

- *Phương pháp thực nghiệm sư phạm:* Triển khai một số DAHT chủ đề TRR nhằm kiểm định tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

**7. Luận điểm đưa ra bảo vệ**

Việc vận dụng DHTDA một số chủ đề TRR cho HS chuyên Toán là phù hợp và có hiệu quả, nâng cao năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS, góp phần đổi mới PPDH, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở trường THPT Chuyên.

**8. Những đóng góp của luận án**

- Làm rõ thêm cơ sở thực tiễn của DHTDA trong dạy học cho HS chuyên Toán THPT.
- Phản ảnh được một số thực trạng dạy học TRR ở một số trường THPT Chuyên và những yếu tố tiềm năng để thực hiện DHTDA nội dung TRR.
- Đưa ra một quy trình thiết kế và tổ chức DHTDA một số chủ đề TRR.
- Xây dựng hệ thống một số tài liệu tham khảo nội dung TRR.
- Thiết kế một số tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS thể hiện trong quá trình thực hiện DAHT.
- Thiết kế và tổ chức DHTDA năm DAHT nội dung TRR cho HS chuyên Toán; thiết kế bộ công cụ đánh giá kết quả học tập của HS sau khi thực hiện DAHT.

**9. Cấu trúc luận án**

Ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo và phụ lục, nội dung luận án gồm có 3 chương:

Chương 1. Cơ sở lý luận và thực tiễn của việc dạy học theo dự án cho học sinh chuyên Toán

Chương 2. Thiết kế và tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc.

Chương 3. Thực nghiệm sư phạm.

# Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN CỦA VIỆC DẠY HỌC THEO DỰ ÁN CHO HỌC SINH CHUYÊN TOÁN

## 1.1. Định hướng đổi mới phương pháp dạy học ở trường trung học phổ thông

### *1.1.1. Định hướng chung về đổi mới PPDH trong các trường THPT*

Hiện nay, đổi mới PPDH không chỉ là vấn đề của riêng GV mà còn là vấn đề nhận được sự quan tâm của toàn xã hội. PPDH đóng một vai trò quan trọng góp phần phần nâng cao chất lượng giáo dục và đào tạo. Do trong một thời gian dài, giáo dục của chúng ta, nhất là ở bậc THPT, còn mang tính hàn lâm, chỉ định hướng vào việc truyền thụ hệ thống tri thức được định sẵn nhằm đáp ứng với mục tiêu thi cử nên PPDH chủ yếu là thuyết trình, người thầy đóng vai trò chính trong việc truyền thụ tri thức cho HS [9]. Các nghiên cứu thực tiễn trong dạy học ở trường THPT cũng chỉ ra PP thuyết trình là chủ yếu dẫn đến sự hạn chế trong hoạt động tích cực của HS, hạn chế khả năng sáng tạo, khả năng vận dụng các tri thức được học để giải quyết các tình huống thực tiễn, hạn chế việc vận dụng công nghệ thông tin và các phương tiện dạy học,... [9]. Điều này chưa đáp ứng được mục tiêu giáo dục phổ thông: "*PP giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của người học; bồi dưỡng cho người học năng lực tự học, khả năng thực hành, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên*" (Luật giáo dục sửa đổi 2009); "*Nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, chú trọng giáo dục lý tưởng, truyền thống, đạo đức, lối sống, ngoại ngữ, tin học, năng lực và kĩ năng thực hành, vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Phát triển khả năng sáng tạo, tự học, khuyến khích học tập suốt đời*" (Nghị quyết 29-NQ/TW ngày 4/11/2013 của Ban chấp hành Trung ương Đảng). Do đó việc đổi mới PPDH ở bậc THPT là một nhu cầu cấp thiết để có thể hoàn thành được các mục tiêu giáo dục đã đề ra.

Tư tưởng đặt người học vào vị trí trung tâm của quá trình dạy học đã có từ sớm. Vào thế kỷ 17, A.Komenski đã viết: "*Giáo dục có mục đích đánh thức năng lực nhạy cảm, phán đoán, phát triển nhân cách, hãy tìm ra PP cho phép GV dạy ít hơn, HS học nhiều hơn*" vì "*Con người chỉ thực sự nắm vững cái mà chính bản thân giành được bằng lao động của chính mình*" (X.L.Rubinstein). John Dewey (1859-1952), nhà giáo dục và triết học người Mỹ, đã cho rằng thay vì cho kinh nghiệm hoạt động hãy

chuẩn bị cho HS liên tục học hỏi về một thế giới năng động. Qua đó người thày không áp đặt quan điểm lên người học mà chỉ đóng vai trò là một nhân tố có ảnh hưởng và tác động tích cực, trợ giúp cho người học, còn người học đóng vai trò trung tâm: "*Giáo dục không phải là chuẩn bị cho cuộc sống, giáo dục là cuộc sống riêng của mình*" [55]. Việc dạy học định hướng HS, chuyển từ GV được coi là trung tâm của quá trình dạy học sang dạy học định hướng vào người học, "*Biến quá trình giáo dục thành quá trình tự giáo dục*", "*Biến quá trình dạy học thành quá trình dạy tự học*", phát huy tính tích tự lực, tích cực và sáng tạo của HS trở thành định hướng chung cho việc đổi mới PPDH. Ngày nay, tri thức thường bị lạc hậu và thay đổi nhanh chóng nên nếu quy định cứng nhắc về nội dung dạy học thì nội dung sẽ nhanh bị lạc hậu so với tri thức hiện đại. Do đó việc rèn luyện PP học tập, dạy cho HS cách học có ý nghĩa quan trọng trong việc chuẩn bị cho các em khả năng học tập suốt đời. Hơn nữa, do sự thay đổi và yêu cầu ngày càng cao của xã hội, đòi hỏi người lao động phải có năng lực hành động, khả năng sáng tạo, sự năng động trong làm việc độc lập cũng như hợp tác làm việc theo nhóm. Trong chương trình THPT mới năm 2006, Bộ Giáo dục và Đào tạo cũng đưa ra một số PPDH tích cực cần được phát triển ở bậc THPT [15]:

+ Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề;

+ Vấn đáp tìm tòi;

+ Dạy học hợp tác trong nhóm nhỏ;

+ Dạy học theo dự án.

GV chủ động trong việc lựa chọn, đổi mới các PPDH tích cực nhằm phát huy năng lực hành động, khả năng sáng tạo và vai trò chủ thể của HS trong quá trình dạy học. GV cần sáng tạo trong các hình thức tổ chức dạy học trên những đối tượng HS khác nhau, trong cách thức truyền đạt tri thức và trong tương tác với HS để đảm bảo các mục tiêu giáo dục đề ra.

### *1.1.2. Định hướng về đổi mới PPDH trong dạy học môn Toán tại trường THPT Chuyên*

#### *1.1.2.1. Nhiệm vụ và mục tiêu giáo dục của trường THPT Chuyên*

Thông tư ngày 15/2/2012 của Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quy định về quy chế tổ chức và hoạt động, nhiệm vụ và mục tiêu giáo dục của trường THPT Chuyên. Nhiệm vụ của trường THPT Chuyên là "Nghiên cứu vận dụng phù hợp, hiệu quả các PP quản lý, dạy học, kiểm tra đánh giá tiên tiến; tổ chức hiệu quả các hoạt động giáo dục giá trị

sống, kĩ năng sống và kĩ năng hoạt động xã hội của HS; tạo điều kiện cho HS nghiên cứu khoa học, sáng tạo kĩ thuật, vận dụng kiến thức vào giải quyết những vấn đề thực tiễn và sử dụng ngoại ngữ trong học tập, giao tiếp" [4].

Đề án phát triển hệ thống trường THPT Chuyên giai đoạn 2010-2020 có nêu rõ mục tiêu "... xây dựng và phát triển các trường THPT Chuyên thành một hệ thống cơ sở giáo dục trung học có chất lượng giáo dục cao, đạt chuẩn quốc gia"; "Các trường THPT Chuyên là hình mẫu của các trường THPT về cơ sở vật chất, đội ngũ nhà giáo và tổ chức các hoạt động giáo dục". Trường chuyên là nơi "đào tạo đội ngũ nhân lực có chất lượng, tìm kiếm và bồi dưỡng nhân tài về mọi mặt, đáp ứng được yêu cầu trong thời kỳ công nghiệp hóa, hiện đại hóa và hội nhập quốc tế". Đề án cũng đặt ra mục tiêu "... đến năm 2020 tổng số HS trường chuyên sẽ chiếm khoảng 2% số HS THPT của từng tỉnh, thành phố, trong đó 70% số HS trường chuyên được xếp học lực giỏi, 90% HS khá, giỏi về tin học và 50% HS đạt bậc 3 về ngoại ngữ theo tiêu chí do Hiệp hội các tổ chức khảo thí châu Âu ban hành" [30].

Trường THPT Chuyên sẽ phát triển dựa trên trình độ, năng lực và đặc biệt là năng lực tự học, khả năng sáng tạo của HS, của GV. Thực tiễn giáo dục thời gian qua cho thấy hầu hết các trường THPT Chuyên đã phát hiện và đào tạo rất nhiều thế hệ HS giỏi, HS năng khiếu. Đến nay, rất nhiều các HS đó đã thành công và có nhiều đóng góp cho đất nước, trong đó không thể không kể đến các thế hệ HS chuyên Toán.

***1.1.2.2. Một số đặc điểm về hoạt động dạy và học môn Toán ở trường THPT Chuyên***

Trong một thời gian dài, trường chuyên, nhất là với đối tượng HS chuyên Toán, thường được xem là nơi đào tạo "gà nòi", chủ yếu để luyện thi mà chưa chú trọng đến sự phát triển toàn diện của HS. GV và HS các lớp chuyên Toán bị áp lực hoàn thành hai nhiệm vụ đặt ra là đạt thành tích cao trong kì thi HS giỏi và đạt kết quả cao trong các kì thi đại học. Điều này dẫn đến trường chuyên gần như trở thành trung tâm luyện thi, GV và HS bị rơi vào mục đích ngắn hạn trước mắt là kết quả thi cử chứ chưa hướng đến việc trang bị toàn diện và hiệu quả kiến thức Toán học cho HS. Mặc dù năng lực Toán học hiện nay đang là một trong những tiêu chí quan trọng để đánh giá HS nhưng chương trình chuyên Toán tại các trường THPT chuyên đang còn nặng về

kiến thức và mang tính hàn lâm khiến cho việc học trở nên nặng nề, làm mất niềm vui đối với Toán học và khả năng sáng tạo, giải quyết vấn đề của của HS.

Theo Đề án phát triển hệ thống trường THPT Chuyên giai đoạn 2010-2020 [30], các trường chuyên đã đặt ra mục tiêu giáo dục toàn diện cho HS. Ngoài trang bị kiến thức cơ bản, nhiều trường đã chú trọng giáo dục kĩ năng sống, trải nghiệm sáng tạo và hoạt động xã hội, giúp HS có cơ hội phát triển về cả đức, trí, thể, mỹ,... Để thực hiện giáo dục toàn diện hiệu quả, GV dạy chuyên Toán cần có sự thay đổi về mục tiêu giáo dục, về nội dung dạy học, về PP và các hình thức tổ chức dạy học.

+ *Mục tiêu giáo dục chuyên Toán:* Tạo điều kiện để HS được học, được nghiên cứu chuyên sâu về môn Toán tùy theo năng lực của mỗi cá nhân. Chú trọng nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, bồi dưỡng nhân cách người học; tạo điều kiện cho HS có thể phát triển toàn diện, sử dụng ngoại ngữ và áp dụng công nghệ thông tin hỗ trợ trong môn Toán; phát triển năng lực tư duy độc lập, sáng tạo; kĩ năng thực hành, nâng cao khả năng vận dụng kiến thức Toán học vào thực tiễn.

+ *Nội dung chương trình:* Đảm bảo các nội dung trong Hướng dẫn nội dung dạy học môn Toán lớp 10, 11, 12 trường THPT Chuyên áp dụng từ năm học 2006-2007 (ban hành kèm theo công văn số 12865/BGDĐT – GDTrH ngày 06/11/2006 của Bộ Giáo dục và Đào tạo). Quy chế trường THPT Chuyên nêu rõ "chương trình và kế hoạch môn chuyên do GV bộ môn quyết định. Căn cứ kế hoạch giáo dục của nhà trường, tham khảo nội dung dạy học chuyên sâu do Bộ Giáo dục và Đào tạo hướng dẫn, GV bộ môn xây dựng kế hoạch, nội dung dạy học, báo cáo để tổ chuyên môn góp ý và hiệu trưởng phê duyệt trước khi thực hiện". Vì vậy GV dạy các lớp chuyên Toán cần chủ động biên soạn khung tài liệu chuyên sâu, hướng phát triển chương trình phù hợp với năng lực của HS, chủ động tìm các tài liệu về thiết kế, tổ chức các hoạt động giáo dục nhằm bồi dưỡng năng khiếu Toán học, các tài liệu phục vụ cho việc giảng dạy Toán bằng tiếng Anh,…

+ *PP và hình thức tổ chức dạy học:* Chúng tôi nhận thấy việc đổi mới PPDH cho HS chuyên Toán hiện nay là khâu rất cần thiết. GV dạy chuyên Toán cần thay đổi cách tổ chức dạy học ở trường THPT Chuyên theo hướng phát triển toàn diện,

không chỉ là trang bị kiến thức mà cần dạy cho HS cách nghĩ, cách giải quyết vấn đề và cách ứng dụng trong thực tiễn.

Qua nghiên cứu, chúng tôi nhận thấy PP DHTDA có những đặc trưng phù hợp với đổi mới PPDH, có sự hỗ trợ mạnh trong việc thay đổi cách thức tổ chức dạy học của GV dạy chuyên Toán. Mục tiêu cũng như quy chế chủ động trong xây dựng phân phối chương trình của trường THPT Chuyên tạo điều kiện thuận lợi cho GV tổ chức DHTDA, nhất là thực hiện các DAHT đối với đối tượng HS chuyên toán.

DHTDA phát huy tốt khả năng phát hiện vấn đề của HS. Khi GV đưa ra hoặc cho HS chọn lựa DAHT, HS cần phát hiện vấn đề, xây dựng chiến lược giải, hợp tác với nhau để cuối cùng tạo ra sản phẩm. DHTDA hướng tới phát triển những kĩ năng tư duy bậc cao (phân tích, tổng hợp, đánh giá), năng lực giải quyết vấn đề cùng kĩ năng sống và làm việc, do đó nó phù hợp với đối tượng và mục tiêu đào tạo của trường chuyên. Ngoài ra việc học tập một cách chủ động, độc lập không dưới sự giám sát trực tiếp của GV nhưng có định hướng sản phẩm tạo môi trường cho HS nghiên cứu khoa học; kết hợp với phát huy năng lực tổ chức hoạt động theo nhóm.

Trong luận án này chúng tôi chọn nghiên cứu một số chủ đề của TRR để thiết kế các DAHT, dùng PP tổ chức DHTDA và chúng tôi hướng vào đánh giá quá trình khi thực hiện kiểm tra đánh giá.

## 1.2. Cơ sở lý luận và thực tiễn về dạy học theo dự án

### *1.2.1. Lịch sử vấn đề nghiên cứu và một số hướng nghiên cứu về DHTDA*

DHTDA (tiếng Anh là Project - based learning) được bắt nguồn từ các phong trào giáo dục kiến trúc và kĩ thuật ở Ý vào cuối thế kỷ 16. Năm 1656, cuộc thi đầu tiên vào Học viện Academia di San Luca được tổ chức với những tình huống giả định được gọi là "Dự án" (Project). Sau mô hình của Ý, DHTDA được sử dụng ở Pháp khi Viện hàn lâm kiến trúc Hoàng gia đào tạo và tổ chức các cuộc thi Prix d'Emulation hàng tháng bằng các dự án [54].

Đến cuối thế kỷ 19, phong trào giáo dục này được phát sinh và phổ biến ở Hoa Kỳ. Năm 1897, Dewey đã đưa ra quan điểm về việc dạy và việc học theo một PP được gọi là "project - based leaning" - DHTDA. Sau đó DHTDA được phổ biến cho giáo dục phổ thông ở hầu hết các trường tại châu Âu và Mỹ. Tuy nhiên cho đến đầu thế kỷ 20, DHTDA mới được thảo luận với tư cách là một PPDH trong "PP dự án", một bài luận nổi tiếng trên toàn thế giới của William Heard Kilpatrick [67].

Trong vài thập kỷ gần đây, có nhiều công trình nghiên cứu về DHTDA với nhiều kết quả khác nhau. Các công trình tập trung chủ yếu vào các vấn đề:

- *Đánh giá hiệu quả của DHTDA* (gồm các nghiên cứu của Barron (1998) [46], Branford (1999) [49], quỹ giáo dục George Lucas [54], Frey (1994) [60], Harris (2002) [62], Katz và Chard (1999) [65], McGrath (2002) [73], Solomon (2003) [83], Thomas, Railsback (2002), ...). Các tác giả được đề cập ở trên tựu trung đều nghiên cứu hiệu quả của DHTDA với các nghiên cứu trên mọi lứa tuổi của người học từ giáo dục mầm non cho tới trung học và đại học. Các nghiên cứu cho thấy DHTDA tăng tính tích cực, chủ động trong việc học, tăng sự tự định hướng của người học, có cơ hội để phát triển các kĩ năng phức tạp, các tư duy bậc cao, phát triển kĩ năng giao tiếp,...

- *Nghiên cứu đặc điểm của DHTDA và một số yếu tố đặc trưng của người học ảnh hưởng đến hiệu quả của DHTDA*. Vấn đề này được nghiên cứu bởi Jarvis, Holford và Griffin (1998), Cross (1998) [64], Veenman, Kenter và Post (2000) [88], Gultekin (2007), Waters và Ginns (2000), ...).

- *Nghiên cứu các thách thức trong việc thực hiện DHTDA:* Finucane, Johnson và Prideaux (1998) trong các công trình nghiên cứu của mình đã chỉ ra những hạn chế của tổ chức DHTDA [59]. DHTDA đòi hỏi nhiều thời gian chuẩn bị trước dự án (về các phương tiện và hình thức tổ chức), yêu cầu đội ngũ GV có năng lực cao, yêu cầu cao về quy mô lớp học hợp lý, HS có xu hướng mất nhiều thời gian hơn so với PPDH truyền thống. DHTDA không phải là "thuốc chữa bách bệnh" cho những yếu kém trong dạy học truyền thống mà là sự bổ sung thường xuyên, kết hợp việc học tập trong và ngoài giờ lên lớp một cách hợp lý chứ không thể thay thế cho PPDH truyền thống.

Ở Việt Nam, PPDH của GV chủ yếu là các PP thông báo tri thức và HS tiếp thu một cách thụ động. Việc chuyển từ sự thụ động tiếp thu tri thức sang hoạt động tích cực của HS sẽ là nhiệm vụ khó khăn, đòi hỏi có thời gian thay đổi của cả GV của HS. Bên cạnh đó, đối với HS THPT, tâm lý chung là muốn học lên đại học, việc học tập của HS vẫn còn mang tính đối phó với các kì thi mà chưa chú ý nhiều đến việc phát triển nhân cách toàn diện cũng như năng lực vận dụng các kiến thức đã học vào trong thực thiễn. Còn khi học theo PP DHTDA, HS cần phải thực hiện các DAHT có tính thực tiễn và tạo ra các sản phẩm có ý nghĩa, rèn luyện tính tích cực nhận thức, tính độc

lập, sáng tạo. Do đó GV cần dành nhiều thời gian để thiết kế được các DAHT tập trung vào những nội dung trọng tâm trong chương trình học [7], cần định hướng, động viên HS để các em tập trung thực hiện các DAHT. Ngoài ra, khi thực hiện các DAHT, GV và HS còn phải chuẩn bị các cơ sở vật chất, phương tiện phục vụ DAHT, kinh phí để tạo ra sản phẩm sau dự án. Điều này cũng gây ra những khó khăn cho GV, đòi hỏi GV phải cân nhắc để huy động được những nguồn kinh phí hỗ trợ cho HS thực hiện DAHT.

- *Nghiên cứu nâng cao hiệu quả của DHTDA.*

Ở Việt Nam, DHTDA đã được sử dụng trong đào tạo Cao đẳng, Đại học thông qua các đồ án tốt nghiệp, nhất là ở các trường khối kĩ thuật. Sinh viên đã tự lực thực hiện những nhiệm vụ học tập dưới sự hướng dẫn của giảng viên. Ở cấp THCS, các chương trình dạy học của Intel và Dự án Việt - Bỉ đã được thực hiện ở một số tỉnh (từ năm 1999 đến 2003, dự án Việt Bỉ I đầu tư triển khai cho 7 tỉnh; từ năm 2005 đến 2009, dự án Việt Bỉ II đầu tư cho 14 tỉnh miền núi phía Bắc và từ 3/2010 tập huấn cho các tỉnh còn lại). GV THCS đã được tiếp cận với tổ chức DHTDA, HS được tham gia vào các dự án nhỏ như dự án về an toàn giao thông, dự án về bảo vệ môi trường, dự án về giáo dục giới tính,... lồng ghép, kết hợp trong các môn học, các hoạt động ngoại khóa. Như vậy chỉ còn HS ở khối THPT chưa thực sự được tiếp cận với DHTDA một cách cụ thể, có hệ thống và DHTDA hiện nay vẫn còn là một PPDH mới mẻ.

Việc nghiên cứu về DHTDA ở Việt Nam mới được tập trung nghiên cứu khoảng hai thập kỷ gần đây. Một số tác giả đã nghiên cứu về DHTDA như Phạm Hồng Bắc [6], Trịnh Văn Biều [7], Nguyễn Văn Cường [9], Trần Việt Cường [12], Nguyễn Thị Diệu Thảo [35], Trần Văn Thành [36], Đỗ Hương Trà [40], Trần Thị Hoàng Yến [43]... Các công trình tập trung chủ yếu vào nghiên cứu lý luận về DHTDA và vận dụng DHTDA để thiết kế DAHT vào các môn học cụ thể và DHTDA được coi là một biện pháp hữu hiệu nhằm phát triển năng lực tự học, sự sáng tạo của HS. Tuy nhiên, trong các công trình nghiên cứu về DHTDA có rất ít các công trình nghiên có nội dung kiến thức ở cấp THPT. Hơn nữa chưa có công trình nghiên cứu nào về DHTDA môn Toán cho HS THPT nói chung, trong đó có HS chuyên Toán nói riêng, một đối tượng rất tiềm năng, có nhiều thuận lợi trong triển khai DHTDA.

### *1.2.2. Khái niệm về dạy học theo dự án*

#### *1.2.2.1. Khái niệm dự án, dự án học tập*

*a) Khái niệm dự án*

Thuật ngữ "Dự án" (tiếng Anh là "Project", tiếng Italian là "progetto", tiếng Pháp là "projet", tiếng Đức là "Projekt" và Nga là "проект") được hiểu theo nghĩa phổ thông là một kế hoạch, một dự thảo hay một đề án cần được thực hiện nhằm đạt mục đích đề ra. Một dự án bao giờ cũng có một hoặc một số mục tiêu rõ ràng; trong quá trình thực hiện dự án thì người thực hiện luôn phải định hướng mục tiêu của dự án, sản phẩm cuối cùng sẽ được đánh giá xem có đạt được so với mục tiêu ban đầu hay không. Một dự án đặt ra luôn yêu cầu giới hạn về thời gian, về kinh phí và các nguồn lực,... Khái niệm dự án được sử dụng rộng rãi trong nghiên cứu khoa học, trong nhiều lĩnh vực kinh tế, xã hội và cả trong giáo dục. Trong lĩnh vực giáo dục, khái niệm dự án không chỉ với ý nghĩa là các dự án phát triển giáo dục và đào tạo mà còn là các DAHT được sử dụng trong một PPDH tích cực, đó là DHTDA [78].

*b) Dự án học tập*

Khái niệm dự án dùng trong dạy học được gọi là DAHT. Một DAHT thường bao gồm tên dự án học tập, một số mục tiêu đặt ra nhằm đạt được mục đích học tập về nội dung kiến thức hay một kĩ năng nào đó, có quy định về thời gian, các thành viên thực hiện và phải tạo ra sản phẩm sau khi thực hiện dự án. DAHT và dự án được sử dụng trong thực tiễn có những điểm giống và khác nhau [35]. DAHT là một nhiệm vụ học tập trong DHTDA, trong đó mục tiêu của dự án là mục tiêu của dạy học. Đối với dự án trong thực tiễn thì sản phẩm là mục tiêu của dự án, còn đối với DAHT, sản phẩm chỉ là phương tiện để đạt được mục tiêu dạy học. Xét về quy mô thì DAHT thường nhỏ hơn dự án trong thực tiễn. Dự án học tập phải do người học thực hiện trong khi dự án thực tiễn có thể được ủy nhiệm cho nhiều người. Khi thiết kế DAHT, GV cần phải lứu ý tới đặc điểm và tiến trình của một dự án nói chung, đồng thời dựa vào các quan điểm của lí luận dạy học.

Trong dạy học, khối lượng kiến thức thường được chia thành bài học (lesson), chùm bài học (unit), các chủ đề (topic) hoặc DAHT (project). Để thực hiện một DAHT thì người học phải nghiên cứu về một nội dung học tập sâu sắc hơn và thường trong một khoảng thời gian dài hơn so với việc học một chủ đề. Việc thực hiện DAHT thường do một nhóm HS trong lớp, cũng có thể cả lớp hoặc thỉnh thoảng bởi một cá

nhân thực hiện. Đặc tính cơ bản của DAHT là nó yêu cầu những nỗ lực nghiên cứu một cách kĩ lưỡng để tìm câu trả lời, tạo ra được sản phẩm về nội dung học tập được đưa ra bởi GV, HS hoặc nảy sinh trong khi GV làm việc với HS [98].

*c) Phân loại dự án học tập*

Có nhiều cơ sở khác nhau để phân loại các DAHT:

- Phân loại dựa trên sự tham gia của người thực hiện: Dự án cá nhân, dự án nhóm, dự án lớp học,…[11].

- Phân loại theo nội dung chuyên môn: Dự án trong một môn học, dự án liên môn (nội dung liên quan đến nhiều môn học khác nhau) [7].

- Phân loại theo quy mô: Các dự án được phân loại theo quy mô dưới dạng dự án nhỏ, vừa, lớn dựa vào số người tham gia, thời gian, chi phí và phạm vi ảnh hưởng, tác động của dự án,... K.Frey (2005) đưa ra cách phân chia: *dự án nhỏ* tiến hành trong một số giờ học (2-6 giờ), *dự án trung bình* được tổ chức trong một tuần hoặc 40 giờ học, *dự án lớn* tiến hành thời gian nhiều hơn một tuần hoặc có thể là nhiều tháng [60].

- Phân loại theo nhiệm vụ: Dựa theo H. J. Apel và M. Knoll [69] các dự án có thể được phân loại theo một số dạng sau dựa trên nhiệm vụ trọng tâm của dự án:

+ Dự án tìm hiểu: là dự án khảo sát những đặc trưng và thực trạng đối tượng.

+ Dự án nghiên cứu: dự án nghiên cứu thường nhằm giải thích các hiện tượng, quá trình hoặc các vấn đề đặt ra.

+ Dự án kiến tạo sản phẩm: Người học lên kế hoạch hành động thực hiện những nhiệm vụ thực tiễn như thiết kế, sáng tác, trang trí, biểu diễn, trưng bày,… Thông qua các kế hoạch hành động, người học tạo ra các sản phẩm vật chất có thể giới thiệu được.

+ Dự án hành động: là các dự án có nội dung kết hợp các dạng nêu trên.

Dự án theo các loại khác nhau không hoàn toàn tách biệt nên có thể phân loại DAHT theo đặc thù riêng trong từng lĩnh vực chuyên môn.

***1.2.2.2. Khái niệm dạy học theo dự án***

Trong giai đoạn cuối thế kỉ 19 và đầu thế kỉ 20, các nhà sư phạm Mỹ (tiêu biểu là Kilpatrick, Douglass, Rugg) đã nghiên cứu đưa dự án vào trong trường phổ thông và xây dựng lý luận cho PP này (Project method) [65]. PP dự án được coi là một PPDH quan trọng nhằm thực hiện quan điểm dạy học định hướng HS, khắc phục nhược điểm của việc dạy học coi người thầy là trung tâm. Các nhà sư phạm có nhiều

quan điểm và định nghĩa khác nhau khi bàn về DHTDA. Khái niệm DHTDA có thể có nhiều tên gọi (Dạy học dự án, DHTDA, PP dự án, PP DHTDA) và định nghĩa khác nhau, mỗi một định nghĩa đều nhấn mạnh đến một số đặc điểm của DHTDA.

*Theo các nhà giáo dục Mỹ* (Dewey (1897), Kilpatrick (1918), Douglass, Rugg, S.Charles): DHTDA là quá trình mô phỏng và giải quyết các vấn đề thực tế. Kilpatric coi DHTDA là một PPDH mà tạo cơ hội cho HS chủ động trong việc lựa chọn đề tài và thực hiện các DAHT dựa trên khả năng và sự quan tâm của bản thân. Các dự án thường được thực hiện ngoài phạm vi lớp học nên không chỉ giúp HS học tốt bài trên lớp mà các em còn được phát huy trí tuệ để hoàn thành DAHT [55], [56], [65].

*Theo Bộ Giáo dục Singapore:* "DHTDA là một hoạt động học tập nhằm tạo cơ hội cho HS tổng hợp kiến thức từ nhiều lĩnh vực học tập và áp dụng một cách sáng tạo vào thực tế cuộc sống" [3].

*Theo DA Việt - Bỉ:* "DHTDA là một chuỗi các hoạt động dựa trên động cơ bên trong của HS nhằm khám phá và phát hiện một phần của thực tế (các hoạt động thực tế: thực hiện nghiên cứu, khám phá các ý tưởng theo sở thích, tìm hiểu và xây dựng kiến thức, học liên môn, giải quyết các vấn đề, cộng tác với các thành viên trong nhóm, phát triển các kĩ năng, thái độ và sự đam mê)" [3].

Theo Thomas J.W: "DHTDA là một kiểu tổ chức việc học xung quanh các dự án. Dự án là những nhiệm vụ phức hợp, dựa trên những câu hỏi và vấn đề phức tạp, buộc người học phải tham gia thiết kế, giải quyết vấn đề, đưa ra quyết định, hoặc các hoạt động điều tra nghiên cứu, tạo cho họ cơ hội để làm việc tương đối đọc lập trong những khoảng thời gian mở rộng để cuối cùng cho ra sản phẩm hoặc bài thuyết trình có tính thực tiễn" [86].

Theo Bernd Meier và Nguyễn Văn Cường: "DHTDA là một hình thức dạy học, trong đó người học thực hiện một nhiệm vụ học tập phức hợp có sự kết hợp lý thuyết với thực hành, tạo ra các sản phẩm có thể giới thiệu. Nhiệm vụ này được người học thực hiện với tính tự lực cao trong toàn bộ quá trình học tập. Làm việc nhóm là hình thức làm việc cơ bản của DHTDA" [9]. Định nghĩa này đã chỉ ra đặc điểm của DHTDA và coi đây là một hình thức tổ chức dạy học, trong đó phát huy tính tự lực của HS, có sự kết hợp giữa lí thuyết với thực hành, HS tạo ra sản phẩm sau khi thực hiện nhiệm vụ học tập.

Theo Phạm Hồng Bắc: "DHTDA là một hình thức dạy học, trong đó người học thực hiện một nhiệm vụ học tập phức hợp, có sự kết hợp giữa lí thuyết và thực hành, tạo ra các sản phẩm có thể giới thiệu. Nhiệm vụ này được người học thực hiện với tính tự lực cao trong toàn bộ quá trình học tập, từ việc xác định mục đích, lập kế hoạch, đến việc thực hiện dự án, kiểm tra, điều chỉnh, đánh giá quá trình và kết quả thực hiện. Làm việc theo nhóm là hình thức làm việc cơ bản của DHTDA" [6]. Định nghĩa này chỉ ra vai trò tích cực, chủ động của người học trong tất cả các khâu của quá trình hoàn thành nhiệm vụ học tập. Cuối cùng người học thể hiện kiến thức của mình qua sản phẩm có thể giới thiệu được.

Theo Nguyễn Thị Diệu Thảo: "DHTDA là một hình thức tổ chức dạy học, trong đó người học dưới sự chỉ đạo của GV thực hiện một nhiệm vụ học tập phức hợp mang tính thực tiễn với hình thức làm việc nhóm là chủ yếu. Nhiệm vụ này được thực hiện với tính tự lực cao trong toàn bộ quá trình học tập, tạo ra những sản phẩm có thể trình bày, giới thiệu" [35]. Trong định nghĩa này đề cập đến vai trò của GV là người tổ chức, chỉ đạo, hướng dẫn, người học thực hiện với tính tự lực cao và tạo ra sản phẩm trình bày được.

Như vậy, mặc dù DHTDA được định nghĩa theo nhiều cách khác nhau, nhưng các định nghĩa đều thống nhất DHTDA yêu cầu *tính tự lực cao của người học* và *tính định hướng sản phẩm* sau DAHT. Người học được coi là trung tâm trong DHTDA, được hoạt động tích cực, chủ động, sáng tạo, hình thành kiến thức cho riêng bản thân theo mục đích của DAHT. GV đóng vai trò tổ chức, điều khiển, hướng dẫn, trợ giúp người học khi cần thiết. Người học sau DAHT kết hợp với sự hỗ trợ của công nghệ sẽ tạo ra sản phẩm có thể trình bày, giới thiệu được.

Tuy nhiên cũng có nhiều quan điểm khác nhau khi xếp loại DHTDA:

+ Theo nghĩa hẹp thì DHTDA được hiểu là một PPDH;

+ Theo nghĩa rộng hơn DHTDA là một hình thức tổ chức dạy học vì trong đó có kết hợp nhiều PPDH cụ thể khác nhau;

+ Theo nghĩa rộng nhất thì DHTDA được hiểu là một quan điểm, một mô hình hay nguyên tắc dạy học, đó là dạy học định hướng dự án.

Định nghĩa về DHTDA của Nguyễn Văn Cường, Phạm Hồng Bắc và Nguyễn Thị Diệu Thảo đều coi DHTDA là một hình thức tổ chức dạy học. Theo Nguyễn Thị Diệu Thảo, quan niệm này phù hợp với bản chất của DHTDA, phù hợp với hệ thống các

khái niệm quen thuộc của PPDH ở Việt Nam hiện nay như bài giảng, seminar, thí nghiệm, thực tập, hội thảo, tham quan,…

Đỗ Hương Trà lại coi DHTDA là một mô hình dạy học [40], theo chương trình PIL của Microsoft thì DHTDA cũng được coi là một mô hình dạy học: "Đó là các hoạt động học tập được thiết kế một cách cẩn thận, mang tính lâu dài liên quan đến nhiều lĩnh vực học thuật, lấy HS làm trung tâm và hoà nhập với những vấn đề và thực tiễn của thế giới thực tại" [74].

Khác với những quan điểm trên, trong nghiên cứu của mình, Kilpatrick lại coi DHTDA là một PPDH, còn gọi là PP dự án (Project Method) [67]. Trần Thị Hoàng Yến cũng quan niệm DHTDA là một PPDH: "... chúng tôi quan niệm DHTDA là PPDH trong đó dưới sự định hướng, tổ chức, hướng dẫn, điều chỉnh của GV, sinh viên tự lực lập kế hoạch hành động,…" [43].

Để làm rõ hơn khái niệm, chúng tôi so sánh sự khác nhau giữa DHTDA với PPDH theo nhóm và PPDH thuyết trình.

**) Sự khác nhau giữa PPDH theo nhóm và PP DHTDA*

*Bảng 1.1. Bảng so sánh sự khác nhau giữa dạy học theo nhóm và DHTDA*

| **PPDH theo nhóm** | **Dạy học theo dự án** |
|---|---|
| Thường GV giao nhiệm vụ cụ thể cho các nhóm | GV ngoài giao nhiệm vụ cho nhóm thì HS còn được lựa chọn DAHT phù hợp với khả năng của mình và sau đó hình thành nhóm dự án để cùng thực hiện DAHT đó |
| HS được tổ chức hoạt động theo nhóm có ít nhất từ hai thành viên để giải quyết những nhiệm vụ cụ thể GV giao | Nhiều thời điểm các thành viên trong nhóm phải làm việc độc lập với nhau |
| Không nhất thiết phải tạo ra sản phẩm để trình bày | Phải tạo ra sản phẩm để báo cáo. Sản phẩm sau DAHT tùy thuộc vào năng lực của HS, thậm chí có thể vượt qua dự định và mong đợi của GV trước khi giao DAHT |
| Không bắt buộc phải có công đoạn trình bày sản phẩm hoặc khâu đánh giá sản phẩm của nhóm khác | HS phải trình bày sản phẩm, đánh giá được sản phẩm của nhóm khác nên năng lực đánh giá và tư duy phê phán của HS được thể hiện rõ |
| Thường diễn ra trong phạm vi tiết học và không gian lớp học | HS thực hiện các DAHT có thể kéo dài trong vài ngày, vài tuần hoặc có thể trong cả một học kì và do đó DAHT cần phải được thực hiện ngoài phạm vi lớp học |

**) Sự khác nhau giữa PPDH thuyết trình và DHTDA*

*Bảng 1.2. Bảng so sánh dạy học thuyết trình giải quyết vấn đề thực tiễn và DHTDA*

| **PPDH thuyết trình** | **Dạy học theo dự án** |
|---|---|
| GV đặt ra vấn đề gắn với thực tiễn và chủ động thuyết trình giải quyết vấn đề | GV đặt ra vấn đề, HS chủ động tìm phương án giải quyết vấn đề |
| Nhiệm vụ được xác định cụ thể ngay trong buổi học | Xác định được kết quả và sản phẩm đầu ra sau khi nhận DAHT, tuy nhiên ngay từ đầu HS chưa hoàn toàn xác định nhiệm vụ cụ thể cần phải thực hiện |
| Kết quả HS thu được sau buổi học chưa được cụ thể, rõ ràng | Xác định rõ ràng kết quả, sản phẩm sau khi học |
| Hướng đến mục tiêu nội dung bài học chủ yếu là kiến thức | Hướng đến phát triển năng lực về kiến thức, kĩ năng và phương diện khác |
| Việc truyền đạt và tiếp thu kiến thức thường theo giáo trình soạn sẵn của GV | Được định hướng theo mục tiêu của DAHT và nhiều tình huống xảy ra không theo kịch bản của GV |
| GV dùng lời nói để thuyết trình, truyền đạt nội dung bài học | GV đóng vai trò định hướng, thúc đẩy quá trình tự học dựa trên nhu cầu tiếp nhận tri thức, hình thành kĩ năng của HS |
| Cá nhân độc lập trong việc học tập, tiếp thu tri thức, hình thành kĩ năng. Mối quan hệ thường là đơn chiều giữa GV và từng HS | Hợp tác theo nhóm, các thành viên được phân công nhiệm vụ cụ thể nhưng lại phụ thuộc nhau một cách chặt chẽ. Mối quan hệ thường là đa chiều giữa GV với nhiều HS và giữa các thành viên trong nhóm |
| Thường GV đóng vai trò chủ đạo, nắm giữ và truyền thụ kiến thức; GV cung cấp kiến thức trực tiếp cho người học, quản lý HS trong giờ học, đánh giá việc học của HS | - GV đề xuất DAHT cho HS lựa chọn, GV đặt câu hỏi, định hướng, hỗ trợ HS thực hiện DAHT. Kiến thức, kĩ năng của HS được hình thành thông qua quá trình tự định hướng tiếp và tự học. GV cung cấp tài liệu cần thiết, giám sát việc học, chia sẻ thông tin, đánh giá cả quá trình học tập của từng nhóm |
| Hiệu quả thường thể hiện qua các bài kiểm tra, đánh giá, các câu hỏi trắc nghiệm | Hiệu quả thể hiện trên chất lượng và báo cáo sản phẩm, dựa vào các thao tác, kĩ năng hình thành và bộc lộ trong quá trình làm việc của HS |

Theo những phân tích về DHTDA ở trên, chúng tôi đánh giá rằng hiện nay vẫn có những quan điểm khác nhau khi xếp loại đối với DHTDA. Một số tác giả coi DHTDA là một PPDH, có tác giả lại coi là một hình thức tổ chức dạy học, hay những tác giả khác lại cho đó là một quan điểm dạy học hay mô hình dạy học,.... Trong luận án này, DHTDA được coi là một PPDH. Quan niệm này phù hợp với cách định nghĩa truyền thống về các PPDH và bản chất của DHTDA với tư cách là một PPDH định hướng hành động, bao gồm cả mô hình, hình thức tổ chức dạy học.

Trong luận án này chúng tôi hiểu *DHTDA là một PPDH trong đó người học thực hiện một dự án học tập (phù hợp với khả năng, bám sát nội dung chương trình, có ứng dụng thực tiễn), có sự kết hợp giữa lí thuyết và thực hành, có tạo ra các sản phẩm có ý nghĩa sau dự án. Dự án này được người học thực hiện với tính tự lực cao, từ việc xác định mục đích, lập kế hoạch đến việc thực hiện, kiểm tra, điều chỉnh, đánh giá quá trình và kết quả thực hiện dự án. Làm việc theo nhóm là hình thức cơ bản của DHTDA*.

Như vậy, theo định nghĩa trên, DHTDA là một PPDH nhằm giúp HS thực hiện hoạt động học tập của mình với tính chất: HS phải suy nghĩ và học tập một cách hợp lí, tập trung nghiên cứu để hiểu sâu hơn về nội dung học tập trong dự án; Yêu cầu các hoạt động phong phú của HS, HS có nhiều cơ hội để đặt ra các câu hỏi thách thức; Yêu cầu tính xác thực trong hoạt động học tập và nghiên cứu của HS, trong đó thể hiện cụ thể qua sản phẩm sau dự án; HS chủ động trong học tập, có thể tự chọn phương án, quy trình và sản phẩm; Đánh giá sau khi thực hiện các DAHT có ý nghĩa, đánh giá có căn cứ dựa trên sản phẩm, trong quá trình hoạt động và mang tính tổng thể.

#### *1.2.2.3. Cơ sở khoa học của dạy học theo dự án*

*a) Cơ sở triết học*

- Chủ nghĩa duy vật biện chứng coi thực tiễn là cơ sở của nhận thức, là động lực, là mục đích và là tiêu chuẩn để kiểm tra chân lí. DHTDA tuân thủ theo quy luật này. Quan điểm triết lí của John Dewey cùng một số nhà sư phạm Mỹ đầu thế kỷ 20 là "*học bằng thực hành*" và "*Cách duy nhất để chuẩn bị cho đời sống xã hội là tham gia vào đời sống xã hội*" [55]. Giáo dục cần xuất phát từ tri thức, kinh nghiệm vốn có của người học, và từ đó mở rộng vốn sống thông qua giáo dục. Các DAHT trong DHTDA được thiết kế với những nội dung gắn liền với thực tiễn, tạo môi trường cho HS hành động, nghiên cứu,

tham khảo ý kiến của những người am hiểu về dự án đang được thực hiện. Qua đó HS khám phá, xây dựng được hoặc một cách tự nhiên tiếp nhận những tri thức toán học phục vụ thực tiễn. Ngoài ra, môi trường trong DHTDA là môi trường dân chủ, hợp tác và tôn trọng lẫn nhau, có sự tương tác giữa người học với môi trường bên ngoài. DHTDA có nhiều điểm phù hợp với quan điểm có ý nghĩa triết học của Paulo Freire về dạy học: quá trình nhận thức xảy ra khi nội dung chương trình học được thiết kế từ hoàn cảnh xã hội của bản thân người học và sử dụng những tình huống trong cuộc đời mỗi người (theo [43]). Như vậy DHTDA dựa trên cơ sở triết học về thực tiễn có vai trò quan trọng đối với nhận thức. Người học sẽ kết hợp các hoạt động thực tiễn trong quá trình lĩnh hội tri thức, qua đó tri thức mới được hình thành sẽ được kiểm nghiệm lại trong thực tiễn.

- Theo triết học duy vật biện chứng, mâu thuẫn nội tại và đấu tranh giữa các mặt đối lập là động lực của sự phát triển. Sự xuất hiện các mâu thuẫn bên trong (tự nhiên, xã hội, tư duy) và giải quyết các mâu thuẫn đó sẽ tạo ra động lực cho sự phát triển. Vì vậy trong DHTDA (được xem như là một quá trình xã hội) thì việc GV cùng HS thiết kế DAHT, GV xây dựng bộ câu hỏi định hướng, chủ động tạo ra các mâu thuẫn cơ bản, bên trong và HS giải quyết các nhiệm vụ trong DAHT ở các mức độ khác nhau giúp cho người học được phát triển về một số năng lực và hình thành tri thức cho bản thân. Trong DHTDA, việc tạo ra những mâu thuẫn cơ bản thực chất là xây dựng một hệ thống các vấn đề dạy học (hay tình huống học tập); vấn đề lớn được nêu ra và các HS chủ động chia thành các nhiệm vụ nhỏ phù hợp với năng lực luôn có mâu thuẫn biện chứng. GV cần tao động cơ và hưng phấn để thúc đẩy HS thực hiện các yêu cầu của nhiệm vụ, giải quyết được vấn đề đặt ra [29]. Trong quá trình thực hiện DAHT, HS gặp phải nhiều khó khăn cần phải vượt qua, có thể cần có sự hỗ trợ của nhóm tương tác, của GV. Việc giải quyết được các khó khăn, mâu thuẫn giúp HS hình thành tri thức và tri thức đó được kiểm nghiệm qua thực tiễn.

Như vậy, cơ sở triết học của DHTDA là sự thống nhất giữa lý thuyết và thực hành, giữa tư duy và hành động theo quan điểm về con đường biện chứng của sự nhận thức chân lí của Lê-nin : "Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn - Đó là con đường biện chứng của nhận thức chân lí, nhận thức hiện thực khách quan".

*b) Cơ sở tâm lí học*

- Tâm lý học hoạt động chính là cơ sở nhận thức của DHTDA. Tâm lý học hoạt động nghiên cứu quá trình nhận thức của con người trong mối liên hệ với hoạt động, khám phá sự thống nhất của tâm lý và hoạt động trong quá trình phát triển. Tâm lý học hoạt động khẳng định mối quan hệ giữa động cơ và hoạt động, giữa mục đích và hoạt động; tâm lý của con người được hình thành, phát triển và thể hiện thông qua hoạt động. Trong DHTDA, hoạt động của người học phải có mục đích rõ ràng và gắn liền với những hoạt động thực tiễn. Mục đích sẽ được cụ thể hóa trong các mục tiêu sản phẩm cần đạt được của DAHT.

- Trong quá trình học tập, người học có động lực, có hứng thú thì họ sẽ chủ động, ghi nhớ kiến thức được lâu hơn và sẽ học được nhiều hơn. Để tạo ra động lực học tập và hứng thú cho người học thì các vấn đề giải quyết phải phù hợp với năng lực và trình độ của người học, hướng người học chịu trách nhiệm trong việc thực hiện nhiệm vụ học tập và chủ động đưa ra phương thức hoạt động. DHTDA phù hợp với quan điểm nêu trên. Các DAHT thường do người học chủ động lựa chọn, đề xuất theo sự quan tâm và có thể chủ động chọn nhóm làm việc. Người học chủ động trong việc đưa ra kế hoạch tổ chức thực hiện dự án, lựa chọn nhiệm vụ phù hợp với năng lực bản thân, chọn phương án được cùng nhau làm việc để giải quyết nhiệm vụ có gắn với thực tiễn,... Thông qua quá trình thực hiện DAHT và dựa trên kinh nghiệm vốn có của bản thân, người học sẽ hình thành được tri thức mới.

- Các lý thuyết nhận thức nghiên cứu quá trình nhận thức bên trong với tư cách là một quá trình xử lý thông tin. Các thông tin sẽ được não bộ như một hệ thống kĩ thuật xử lý. "Trung tâm của quá trình nhận thức là các hoạt động trí tuệ như: xác định, phân tích và hệ thống hóa các sự kiện và các hiện tượng, nhớ lại những kiến thức đã học, giải quyết các vấn đề và phát triển, hình thành các ý tưởng mới" [28]. Trong DHTDA, các công cụ thường được HS sử dụng như: sơ đồ tư duy, sơ đồ học tập, vừa giúp HS phát triển trí tưởng tượng, đồng thời ghi lại những ý trưởng có giá trị. Hơn nữa mỗi cá nhân trong các nhóm đều phải tiến hành thu thập thông tin, xử lý thông tin và thực hiện giải pháp để đưa ra sản phẩm, giúp nâng cao nhận thức bên trong của người học.

- Các nhà tâm lí học L. Vygotsky [42], J.Piaget [28] cho rằng sự phát triển nhận thức của con người dựa trên nền tảng xã hội (các hoạt động xã hội, giao tiếp,..). John Dewey cho rằng HS có thể học cách tư duy thông qua các hoạt động tư duy, hoạt động

tranh luận và bằng cách giải quyết những vấn đề nảy sinh trong thực tế [55]. Chính vì vậy mà DHTDA chú trọng  xây dựng một môi trường học tập mà mọi HS được hoạt động trong và ngoài phạm vi lớp học, là một thành viên trong một tập thể cộng tác làm việc, có những giao tiếp trong quá trình thực hiện nhiệm vụ dự án. Trong quá trình thực hiện dự án, HS có sự hợp tác làm việc, hỗ trợ trong nhóm, được khuyến khích phát triển cả về lý trí, về mặt tình cảm, thái độ và rèn luyện các kĩ năng tạo môi trường hợp tác,...

- Thuyết hành vi của Skiner quan tâm và nhấn mạnh mối quan hệ giữa hành vi và hệ quả của chúng (S-R-C) [47]. Trong DHTDA, người học hoạt động một cách chủ động và hoàn toàn chịu trách nhiệm về những sản phẩm sau dự án của cá nhân và của nhóm mình. Các kết quả sau dự án đều được báo cáo, nghiệm thu và đánh giá. Chính vì vậy mà những hệ quả của hành vi này có vai trò quan trong trong việc điều chỉnh các hành vi học tập của người học.

*c) Cơ sở giáo dục học*

- DHTDA đảm bảo các nguyên tắc dạy học [22]:

+ *Nguyên tắc đảm bảo sự thống nhất giữa tính khoa học và tính giáo dục trong dạy học*. DHTDA giúp HS tiếp xúc và làm quen với một số PP tìm tòi khoa học ở mức độ đơn giản với mục đích tạo điều kiện cho các em nâng cao hiệu suất học tập và rèn luyện một số phẩm chất cần có của người làm khoa học. DHTDA là hình thức tổ chức dạy học theo hướng phát triển cho người học năng lực tư duy, thói quen làm việc khoa học, ngăn chặn được tình trạng học gạo, học vẹt, nhồi sọ và giáo điều.

+ *Nguyên tắc đảm bảo sự thống nhất giữa lý luận và thực tiễn trong dạy học*. Các chủ đề của DAHT được gắn với thực tiễn, nội dung hay mang tính tích hợp, liên môn. HS thường thực hiện DAHT cả trong và ngoài phạm vi lớp học, tiếp xúc với chuyên gia, nhiệm vụ trong dự án thường là vận dụng kiến thức toán học giải quyết các tình huống thực tiễn.

+ *Nguyên tắc đảm bảo sự thống nhất giữa tính vững chắc của tri thức, kĩ năng, kĩ xảo và tính mềm dẻo của tư duy.* Trong DHTDA, HS cần thể hiện được những nội dung khoa học và cả những suy luận sáng tạo, có tính chất khám phá của các em. Bên cạnh SGK, HS còn phải linh hoạt sử dụng nhiều kênh tham khảo khác nhau.

+ *Nguyên tắc đảm bảo sự thống nhất giữa tính vừa sức riêng trong dạy học.* Nội dung và PP phù hợp với trình độ nhận thức của từng đối tượng HS. DHTDA đảm bảo

trong mỗi nhóm thực hiện dự án, nhiệm vụ được giao đến từng HS phù hợp với trình độ để các em có thể phát triển tối đa hoạt động nhận thức của mình. DHTDA tạo môi trường học tập để "có sự cá biệt hóa theo năng lực nhận thức, giúp HS khá giỏi tiếp tục phát triển lên trình độ cao hơn, còn HS kém sẽ vươn lên đạt được trình độ chung" [22].

+ *Nguyên tắc đảm bảo sự thống nhất giữa vai trò tự giác, tích cực, độc lập của HS và vai trò chủ đạo của GV trong dạy học*. HS cần phải phát huy tính tự giác, tính tích cực trong thực hiện DAHT dưới sự theo dõi, hỗ trợ khi cần thiết của GV. HS cần tự phát hiện các vấn đề, lật ngược vấn đề và tự giải quyết các vấn đề thuộc nhiệm vụ được giao trong DAHT. Đồng thời HS cũng cần xác lập mối quan hệ giữa cá nhân mình với tập thể, với tri thức sẵn có về cả nội dung và PP.

+ *Nguyên tắc đảm bảo sự thống nhất giữa tính hệ thống và tính tuần tự trong dạy học*. DHTDA không chỉ nhằm mục đích dạy cho HS cách giải quyết vấn đề quen thuộc mà kiến thức cần được sắp xếp, tổ chức tốt, có thể áp dụng được vào thực tiễn.

- DHTDA còn đặc biệt phù hợp với các quan điểm lý luận dạy học hiện đại:

+ Mục tiêu lấy người học làm trung tâm, chú ý đến kiến thức, kĩ năng, thái độ và kiến thức vốn có của người học. DHTDA phát huy tối đa sự chủ động chiếm lĩnh và hình thành tri thức của người học nên phù hợp với quan điểm nhấn mạnh vai trò của người học với tư cách là chủ thể nhận thức, tự tổ chức và tự điều khiển. Qua đó người thày không áp đặt quan điểm lên người học mà chỉ đóng vai trò là một nhân tố có ảnh hưởng và tác động tích cực, trợ giúp cho người học, còn người học đóng vai trò trung tâm.

+ Mục tiêu trong dạy học là nâng cao thái độ, tính tích cực của người học, bồi dưỡng các năng lực (năng lực tìm kiếm, tổ chức và xử lí thông tin, năng lực tư duy và khả năng lập luận, năng lực sử dụng các công cụ và phương tiện học tập,...) mà DHTDA có nhiều ưu điểm để giúp người học đạt được mục đích đó.

+ Tăng thêm động lực học tập: chủ đề và nội dung của DAHT thường xuất phát từ những vấn đề thực tiễn liên quan đến môn học nhưng lại dựa trên sự quan tâm và lựa chọn của người học nên phù hợp với hứng thú, đồng thời thúc đẩy mong muốn học tập của người học, là động lực giúp người học tăng cường năng lực hoàn thành những nhiệm vụ đã đặt ra và mong muốn được đánh giá.

+ Phát triển khả năng giải quyết vấn đề: Mục tiêu của DHTDA là việc tự nghiên cứu, phát huy năng lực tự học, năng lực hợp tác của người học, tạo môi trường cho người học phát triển khả năng giải quyết vấn đề.

+ Đánh giá: nguyên tắc chính yếu cho sự đánh giá là chúng ta phải cung cấp những cơ hội cho sự phản hồi cùng với việc tự đánh giá của người học. Trọng tâm của đánh giá không chỉ là kết quả học tập mà còn là đánh giá cả quá trình học tập, HS được tham gia đánh giá, chú trọng đánh giá năng lực thực tiễn, năng lực giải quyết vấn đề và năng lực ứng dụng [9].

### *1.2.3. Đặc điểm của dạy học theo dự án*

Theo [6], [9], DHTDA có những đặc điểm được mô tả theo sơ đồ sau:

*Hình 1.1. Đặc điểm của DHTDA*

DHTDA hướng tới ba mục tiêu cơ bản, đó là: + *Về kiến thức:* HS đạt được chuẩn chương trình hoặc có thể nhiều hơn; + *Về kĩ năng:* HS được rèn luyện các kĩ năng như tự lập kế hoạch, thực hiện dự án, báo cáo và trình bày kết quả, đánh giá dự án; +*Về thái độ*: rèn luyện ở HS tính tích cực, tự lực, có ý thức vận dụng kiến thức vào thực tiễn; hòa đồng giúp đỡ nhau trong học tập, có trách nhiệm với cộng đồng và xã hội.

Như vậy, DHTDA có những đặc điểm:

- *Định hướng thực tiễn:* Nội dung của các DAHT thường xuất phát từ những tình huống thực tiễn, tạo ra cơ hội học tập để người học vận dụng các kĩ năng, kiến thức đã có của mình vào giải quyết những vấn đề thực tế cuộc sống. Ngoài ra, các DAHT đặt ra các nhiệm vụ phù hợp với năng lực thực tế của người học và tạo động lực cho người học trong quá trình thực hiện dự án.

- *Định hướng hứng thú người học:* Người học được đề xuất hoặc chọn những DAHT phù hợp với khả năng và sự quan tâm của mỗi cá nhân, thúc đẩy mong muốn học tập của người học, tăng cường năng lực hoàn thành công việc, đồng thời mong

muốn được đánh giá. Ngoài ra, cơ hội hợp tác với các bạn trong lớp trong quá trình thực hiện DAHT cũng làm tăng hứng thú của người học.

- *Định hướng hành động:* Người học cần kết hợp giữa lý thuyết và thực hành, cần khám phá, tổng hợp và giải thích thông tin một cách ý nghĩa. Qua đó người học kiểm tra, củng cố, mở rộng kiến thức và khả năng hành động cũng như kinh nghiệm thực tiễn.

- *Định hướng sản phẩm:* Người học sau khi thực hiện DAHT cần tạo ra sản phẩm có ý nghĩa. Kết quả dự án có thể là bài báo, mô hình, trình bày thí nghiệm,...

- *Tính tự lực cao của người học:* Trong DHTDA, người học cần tham gia một cách chủ động và tích cực vào các giai đoạn của quá trình học tập: đề xuất, lập kế hoạch giải quyết vấn đề, giải quyết vấn đề, tạo ra sản phẩm và trình bày kết quả thực hiện. Veenman, Kenter và Post (2000) trong các nghiên cứu và thực nghiệm "Sử dụng và đánh giá của GV đối với các hoạt động học tập hợp tác của HS" đã khẳng định đặc trưng của DHTDA bao gồm định hướng thực tiễn, định hướng hành động, định hướng sản phẩm trong đó nhấn mạnh tính tự lực cao của người học [88]. Gultekin (2007), Waters và Ginns (2000) nhấn mạnh đặc trưng cơ bản nhất của DHTDA là người học đóng vai trò trung tâm, có sự tiếp cận sáng tạo của riêng bản thân, trong đó tập trung vào việc thiết lập các căn cứ để người học có thể hợp tác và tìm giải pháp cho những vấn đề mà họ có thể gặp phải trong cuộc sống. Atici và Polat (2010), Eskrootchi và Oskrochi (2010) cũng khẳng định đặc trưng của DHTDA với mục đích tập trung vào người học chứ không phải GV và DHTDA không chỉ có sản phẩm mà còn là cả một quá trình thực hiện dự án để hình thành tri thức và các kĩ năng cho người học [84].

Các DAHT khuyến khích, đòi hỏi trách nhiệm, sự chủ động, sáng tạo của người học, người học kiểm soát thời gian và nhiệm vụ là chủ yếu, GV đóng vai trò tư vấn, hướng dẫn và giúp đỡ. Tuy nhiên mức độ tự lực cần phù hợp với mức độ khó khăn của nhiệm vụ trong DAHT và phù hợp với kinh nghiệm, khả năng của người học.

- *Cộng tác làm việc*: Trong DHTDA, các DAHT thường được thực hiện theo nhóm, các thành viên cộng tác làm việc và cũng có sự phân công công việc cụ thể giữa các thành viên trong nhóm. Hơn nữa DHTDA còn tạo ra tương tác phong phú không chỉ giữa các thành viên trong nhóm mà còn giữa người học với GV, giữa người học với môi trường sống, góp phần rèn luyện các kĩ năng có giá trị, đặc biệt là kĩ năng sống. Jarvis, Holford và Griffin (1998), Cross (1998) đã chỉ ra một đặc điểm quan trọng của DHTDA là hoạt động hợp tác giữa các HS để thực hiện các nhiệm vụ được giao. Hợp tác học tập dựa trên kiến tạo, bao gồm sự lắng nghe, đặt câu hỏi, tranh luận và chia sẻ trong một

nhóm là cốt lõi của sự sáng tạo. Người học tiếp thu và hình thành tri thức một cách chủ động và mang tính bền vững [64].

- *Tính phức hợp*: Nội dung của DAHT có thể có sự kết hợp kiến thức của nhiều lĩnh vực, nhiều môn học nhằm giải quyết những vấn đề mang tính phức hợp, liên môn.

Ngoài ra DHTDA còn *định hướng kĩ năng mềm*, người học cần rèn luyện kĩ năng học tập và thích ứng, kĩ năng thu thập và xử lí thông tin, tương tác với môi trường xung quanh, kĩ năng giao tiếp,...

Từ những đặc trưng trên của DHTDA, chúng tôi thấy rằng DHTDA là một PPDH tích cực, thể hiện ở một số khía cạnh:

+ Chủ đề của dự án không chỉ đóng khung với nội dung sách giáo khoa mà thường là những vấn đề thực tiễn, tạo ra cảm giác chân thực đối với người học và có thể khai thác, mở rộng tùy thuộc vào khả năng của người học.

+ Trong một DAHT có thể huy động được người học với những trình độ nhận thức khác nhau cùng tham gia vào dự án. Để thực hiện DAHT, người học vừa phát huy khả năng giải quyết vấn đề của bản thân, nhưng cũng phải kết hợp với cả nhóm cộng tác để tạo ra sản phẩm.

+ Kết hợp nhiều kĩ thuật dạy học (sơ đồ tư duy, đặt câu hỏi, dạy học theo nhóm,..) và phương tiện dạy học (công nghệ thông tin, các phương tiện hỗ trợ trình chiếu,...). "Dạy học dự án khuyến khích việc sử dụng các kĩ năng tư duy bậc cao, giúp cho người học hiểu biết sâu sắc hơn nội dung học tập" [7].

+ Đánh giá trong DHTDA đa dạng, phối hợp giữa đánh giá quá trình với đánh giá kết quả, không chỉ đơn thuần đánh giá kiến thức mà còn đánh giá về kĩ năng, thái độ, kết hợp giữa đánh giá của GV và đánh giá của người học.

+ DHTDA được thực hiện với không gian và thời gian mở hơn, có thể tiến hành trong hoặc ngoài phạm vi lớp học, nhà trường, ngoài phạm vi tiết học, có thể kéo dài không chỉ chính khóa mà còn ngoại khóa,...

Như vậy, DHTDA góp phần đổi mới PPDH, thay đổi phương thức đào tạo, "Dạy học dự án là hình thức quan trọng để thực hiện phương thức đào tạo con người phát triển toàn diện, học đi đôi với hành, kết hợp giữa học tập và nghiên cứu khoa học" [7].

DHTDA có nhiều ưu điểm, có những đặc trưng phù hợp, đáp ứng với yêu cầu đổi mới PPDH, nhưng nó cũng có những hạn chế mà GV và HS sẽ gặp phải khi thực

hiện. Những hạn chế của tổ chức DHTDA đã được Finucane, Johnson và Prideaux (1998) chỉ ra trong một số nghiên cứu của mình [59].

*Đối với HS:* Krajcik (1991), Leinhardt, Zaslavsky và Stein (1990), Kozma và Russell (1997), Bowen, Roth, và McGinn (1999) chỉ ra những khó khăn mà HS gặp phải khi thực hiện học theo dự án, đó là: (a) HS không có xu hướng lựa chọn thuật ngữ cẩn thận, không sử dụng được các thuật ngữ khoa học để giải thích các hiện tượng, sự việc gặp phải, chưa nắm hết các thuật ngữ để mở rộng kinh nghiệm của bản thân; (b) Chưa đủ năng lực để giải thích hoặc tạo ra các câu hỏi mang tính khoa học [70]; (c) Chưa đủ khả năng khai thác các nguồn tài nguyên khác nhau để làm bằng chứng cho các lập luận của mình (Klahr, Fay và Dunbar (1993)) [68]; (d) Chưa có nhiều kĩ năng quản lý thời gian và giải quyết các vấn đề một cách có kế hoạch; (e) Khó khăn trong việc đảm nhận trách nhiệm học tập của mình, nhất là HS ở bậc THPT bởi nền tảng kiến thức khoa học còn mỏng, kiến thức khoa học vận dụng nếu có chỉ trong khoảng thời gian ngắn, HS thường có thói quen chỉ tìm câu trả lời trong sách giáo khoa,... [57]; (f) HS khó khăn khi cần duy trì sự hứng thú, còn nhiều hạn chế trong làm việc theo nhóm, đặc biệt là nhóm nhỏ khi thiếu các kĩ năng xã hội [44].

*Đối với GV:* DHTDA đòi hỏi phải chuẩn bị chu đáo về thời gian và không gian, GV cần phải nghiên cứu và chuẩn bị cho các DAHT mất nhiều thời gian hơn so với PPDH thuyết trình. DHTDA đòi hỏi cả về phương tiện, cơ sở vật chất và tài chính nên khó thực hiện trên diện rộng. Ngoài ra GV còn gặp khó khăn trong thiết kế bộ công cụ đánh giá những mục tiêu học tập và giáo dục [86].

Dự án không được khuyến khích thực hiện vào những phần kiến thức trọng tâm, cần truyền đạt chính xác, đầy đủ cho người học mà nên thực hiện vào những nội dung có tính ứng dụng thực tiễn. Tuy nhiên GV thường gặp khó khăn khi muốn thiết kế một dự án vừa đảm bảo các nội dung dạy học, vừa gắn với thực tiễn.

DHTDA đòi hỏi nhiều thời gian chuẩn bị trước dự án (về các phương tiện và hình thức tổ chức, về cả phương diện tài chính), yêu cầu đội ngũ GV có năng lực cao, yêu cầu cao về quy mô lớp học hợp lý và HS có xu hướng mất nhiều thời gian hơn so với PPDH thuyết trình. DHTDA là sự bổ sung thường xuyên, kết hợp đổi mới PPDH tích cực một cách hợp lý chứ không thể thay thế cho PPDH truyền thống.

### *1.2.4. Quy trình thực hiện dạy học theo dự án*

Theo Trịnh Văn Biều [7], quy trình thực hiện DHTDA bao gồm 5 bước:

+ Bước 1: Chọn đề tài, chia nhóm (Chọn trong chương trình học những nội dung có thể ứng dụng vào thực tiễn. GV phân chia HS trong lớp thành các nhóm và hướng dẫn các nhóm xác định tên DAHT).

+ Bước 2: Xây dựng đề cương dự án (xác định mục đích, nhiệm vụ, phương thức tiến hành, kế hoạch thực hiện dự án, thời gian, kinh phí,...).

+ Bước 3: Thực hiện dự án (các nhóm phân công nhiệm vụ cho mỗi thành viên, thu thập dữ liệu, tổng hợp, phân tích, đánh giá và tích lũy kiến thức).

+ Bước 4: Thu thập kết quả (các kết quả được tập hợp, trình bày thành sản phẩm và báo cáo trong lớp, trường,...).

+ Bước 5: Đánh giá dự án, rút kinh nghiệm (GV cùng các nhóm đánh giá quá trình thực hiện và sản phẩm của DAHT).

Tác giả Trần Thị Hoàng Yến [43] chia quy trình thực hiện DHTDA làm 4 giai đoạn và giai đoạn 3 chính là bước 3, bước 4 của Trịnh Văn Biều gộp lại:
Giai đoạn 1: Chọn chủ đề và xác định mục tiêu dự án; Giai đoạn 2: Lập kế hoạch dự án; Giai đoạn 3: Thực hiện dự án; Giai đoạn 4: Tổng hợp và đánh giá.

Tác giả Đỗ Hương Trà [40] và Nguyễn Văn Cường - Meier [9] đều phân chia tiến trình của DHTDA làm 5 bước và cơ bản giống với Trịnh Văn Biều:

+ Bước 1: Xây dựng ý tưởng của dự án. Quyết định chủ đề (GV tạo điều kiện để HS chủ động đề xuất ý tưởng, quyết định chủ đề và xác định mục tiêu dự án).

+ Bước 2: Xây dựng kế hoạch thực hiện dự án (nhóm HS lập kế hoạch làm việc, phân công nhiệm vụ cụ thể).

+ Bước 3: Thực hiện dự án (HS làm việc nhóm, làm việc độc lập theo kế hoạch; kết hợp giữa lý thuyết và thực hành để tạo ra sản phẩm).

+ Bước 4: Giới thiệu sản phẩm (HS báo cáo sản phẩm)

+ Bước 5: Đánh giá (GV và HS đánh giá quá trình, sản phẩm, rút kinh nghiệm).

Phạm Hồng Bắc [6] và Trần Văn Thành [36] đều chia tiến trình DHTDA làm 3 bước:

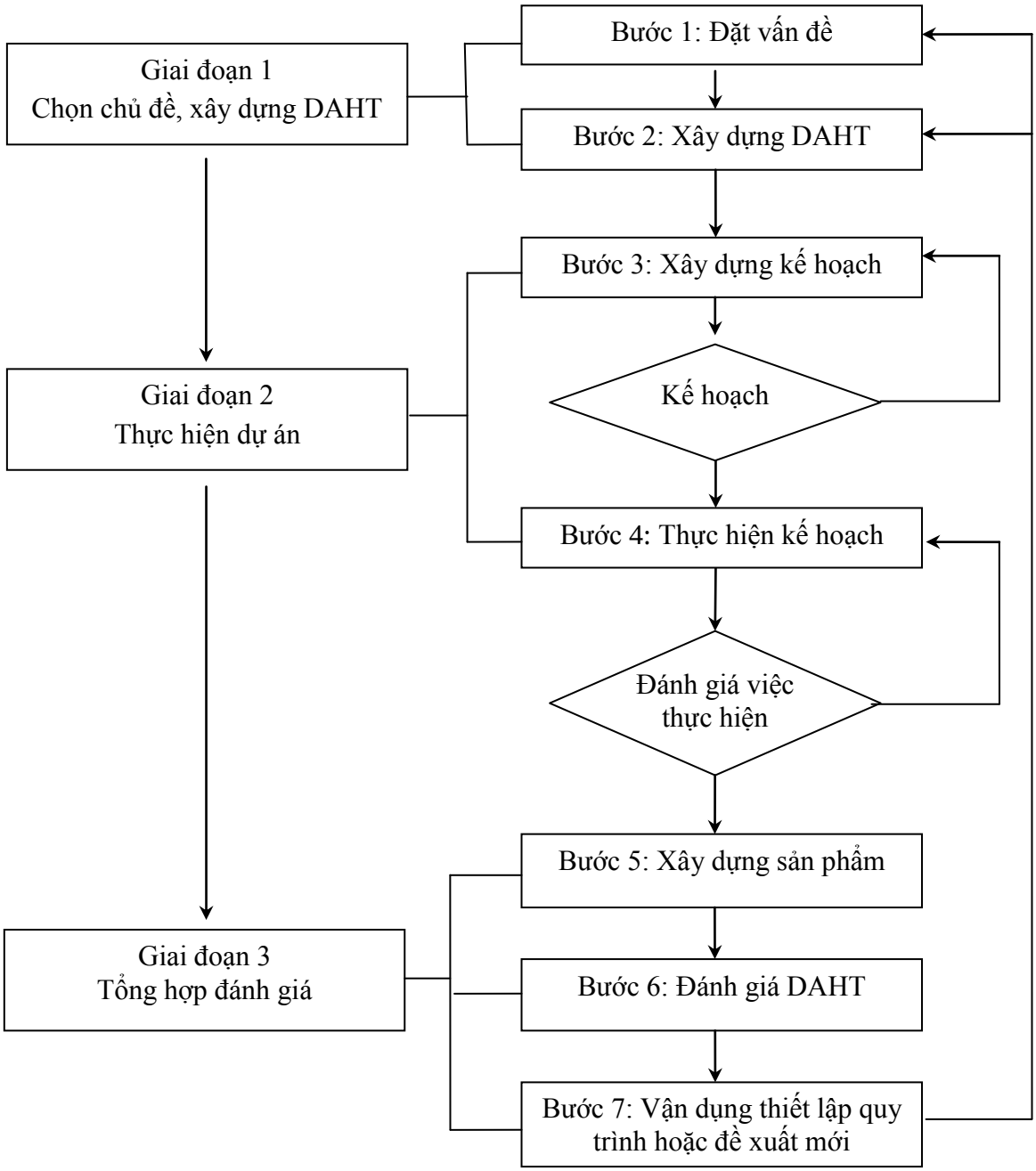
+ Bước 1: Lập kế hoạch (bao gồm xây dựng chủ đề, lựa chọn tiểu chủ đề và lập kế hoạch thực hiện các nhiệm vụ học tập).

+ Bước 2: Thực hiện dự án (bao gồm thu thập, xử lí và tổng hợp thông tin).

+ Bước 3: Tổng hợp và báo cáo kết quả (bao gồm xây dựng sản phẩm, báo cáo trình bày sản phẩm và đánh giá).

Việc phân chia các giai đoạn của DHTDA chỉ mang tính chất tương đối. Các tác giả có thể thực hiện chia quy trình DHTDA thành các công đoạn hay các bước khác nhau, nhưng tựu chung lại đều qua các trình tự: *chọn chủ đề, mục tiêu của DAHT, thực hiện dự án, tổng hợp* (xây dựng, trình bày sản phẩm) *và đánh giá dự án.*

Trong luận án này, chúng tôi thiết kế các DAHT và chia quy trình tổ chức DHTDA một số chủ đề của TRR thành ba giai đoạn theo sơ đồ sau:




*Hình 1.2. Quy trình tổ chức DHTDA*

Quy trình thực hiện DHTDA được chia thành 3 giai đoạn: chọn chủ đề, xây dựng DAHT; thực hiện dự án; tổng hợp, đánh giá dự án và tương ứng với 7 bước:

*Bước 1: Đặt vấn đề*: GV cùng HS chọn vấn đề và xác định tên của dự án. GV căn cứ vào những mục tiêu kiến thức của bài học, các kĩ năng người học cần đạt được để xác định nội dung của dự án phù hợp với nội dung bài học và năng lực của HS.

*Bước 2: Xây dựng DAHT:* GV cùng HS thống nhất xây dựng DAHT bao gồm mục tiêu của dự án, các công việc chính và các giải pháp thực hiện dự án, địa điểm thực hiên, kết quả thu được sau DAHT. Trong bước này, GV cần thiết kế tài liệu tham khảo, xây dựng bộ câu hỏi định hướng và chuẩn bị các điều kiện thực hiện dự án. GV cần lập kế hoạch tổ chức thực hiện thể hiện tất cả các hoạt động tổ chức dự án. Đây là khâu chuẩn bị quan trọng đảm bảo cho các bước trong dự án được thực hiện theo dự kiến của GV.

*Bước 3: Xây dựng kế hoạch:* Các nhóm cần thảo luận để đề xuất và lập sơ đồ các nhiệm vụ cần phải thực hiện. HS cần đánh giá về các giải pháp đặt ra, phân công công việc cụ thể cho các thành viên. Trong quá trình này, GV cần kiểm tra kế hoạch thực hiện dự án của HS, đánh giá kế hoạch HS đặt ra có hợp lí hay không và nếu cần HS có thể phải quay lại bước lập kế hoạch.

*Bước 4: Thực hiện kế hoạch:* HS tiến hành tìm kiếm, đánh giá thông tin, thực hiện giải pháp. Họ thu thập dữ liệu, phân tích, so sánh, tính toán, tranh luận, rồi tổng hợp những đóng góp nhằm tạo ra sản phẩm chung. Trong suốt dự án, HS thường xuyên xem xét quá trình thực hiện của mình để đảm bảo đạt được những mục tiêu đề ra trong dự án. HS chủ động đánh giá việc thực hiện có đảm bảo đạt các tiêu chí trong kế hoạch đặt ra và yêu cầu của dự án hay chưa để xem xét việc có thể thực hiện được tiếp bước 5 hay không. Trong giai đoạn này, GV tạo điều kiện thuận lợi cho HS hợp tác mà không can thiệp vào việc thực hiện dự án của HS.

*Bước 5: Xây dựng sản phẩm:* HS xây dựng sản phẩm dự án đồng thời cử đại diện trình bày các kết quả thực hiện dự án của nhóm.

*Bước 6: Đánh giá DAHT:* GV cùng HS đánh giá sản phẩm và đánh giá cả quá trình thực hiện dự án của mỗi nhóm.

*Bước 7: Vận dụng, thiết lập quy trình hoặc đề xuất mới:* HS khai thác các kết quả đạt được trong dự án để từ đó có thể thiết lập được quy trình Toán học hoặc đề xuất

được những vấn đề mới. Khi đó HS sẽ quay lại bước đặt vấn đề, tiếp tục thực hiện dự án mới với những giả thuyết, nhiệm vụ nâng cao.

Việc vận dụng quy trình tổ chức DHTDA trong dạy học một số chủ đề TRR sẽ được chúng tôi trình bày cụ thể trong chương sau.

### *1.2.5. Nâng cao năng lực hợp tác và năng lực tự học của học sinh trong DHTDA*

#### *1.2.5.1. Khái niệm năng lực*

Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể trong chương trình giáo dục phổ thông mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo đưa ra định nghĩa năng lực: "Năng lực là sự huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí... để thực hiện một loại công việc trong một bối cảnh nhất định" "Có thể hiểu năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và qua quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể..." [2].

Có nhiều loại năng lực khác nhau, như năng lực hành động, năng lực hợp tác làm việc, năng lực tự học, năng lực giải quyết vấn đề,... Trong [6], [36] đã cho thấy DHTDA có thể rèn luyện và phát triển một số năng lực của HS. Mục tiêu chủ yếu của DHTDA về các chủ đề của TRR là nhằm hình thành và phát triển ở người học năng lực hợp tác, năng lực tự học và năng lực vận dụng kiến thức Toán học vào tình huống thực tiễn.

#### *1.2.5.2. Năng lực hợp tác*

*a) Khái niệm năng lực hợp tác*: Năng lực luôn gắn với một hoạt động cụ thể; ở trường phổ thông, năng lực gắn với hoạt động hợp tác trong nhóm gọi là năng lực hợp tác. Năng lực hợp tác là khả năng tổ chức và quản lí nhóm, thực hiện các hoạt động trong nhóm một cách thành thạo, linh hoạt, sáng tạo nhằm giải quyết nhiệm vụ chung một cách có hiệu quả [23].

*b) Biểu hiện của năng lực hợp tác*:

Theo [23], [34], năng lực hợp tác có các biểu hiện như sau:

- Nắm rõ nhiệm vụ chung của nhóm và nhận nhiệm vụ nhóm trưởng phân công.
- Chia sẻ thông tin, tài liệu liên quan nhằm tạo sự thành công cho cả nhóm.
- Thực hiện tích cực, có kết quả các nhiệm vụ do nhóm giao cho theo cá nhân, theo cặp hoặc nhóm nhỏ. Xác định rõ nhiệm vụ cụ thể của bản thân trong sự phụ thuộc vào nhóm dự án. Thống nhất được cách thức thực hiện nhiệm vụ của từng cá nhân và của nhóm.

- Phát hiện được những mâu thuẫn phát sinh trong quá trình học tập hợp tác và tìm cách giải quyết được những mâu thuẫn đó.

- Biết trình bày, chia sẻ kết quả, biết hợp tác với các thành viên trong nhóm, chia sẻ các nhiệm vụ và kinh nghiệm trong nhóm dự án, trong lớp.

- Biết lắng nghe, tóm tắt các ý kiến của các thành viên khác, tôn trọng, tranh luận hướng vào nội dung cần giải quyết, có thể đặt câu hỏi với những nội dung chưa rõ, tiếp thu ý kiến trao đổi, góp ý của người khác một cách tích cực.

- Biết thảo luận để đưa ra kết quả chung của nhóm.

- Biết tự đánh giá và đánh giá kết quả của các thành viên trong nhóm và giữa các nhóm với thái độ chia sẻ, xây dựng.

*c) Một số biện pháp nâng cao năng lực hợp tác trong tổ chức DHTDA*

- GV nhận thức được các biểu hiện của năng lực hợp tác và xác định công cụ đo năng lực hợp tác. GV thiết kế các DAHT phù hợp trong chủ đề TRR để phát triển năng lực hợp tác cho HS, tạo điều kiện để HS vừa cố gắng tự lực, vừa hợp tác chặt chẽ với nhóm trong quá trình giải quyết các vấn đề của dự án, thực hiện các nhiệm vụ học tập chung.

- Khi cùng nhau thực hiện DAHT, HS được rèn luyện một số kĩ năng học tập hợp tác: xây dựng nhiệm vụ nhóm, nhiệm vụ cá nhân, trình bày chia sẻ kết quả thực hiện nhiệm vụ trong DAHT được phân công với các thành viên khác trong nhóm. HS biết đề xuất, giải thích và bảo vệ ý kiến của mình, đồng thời cũng biết lắng nghe ý kiến của các thành viên khác, thảo luận, đưa ra kết quả chung của cả nhóm trong DAHT, biết tự đánh giá và đánh giá kết quả theo phiếu tự đánh giá DAHT. HS cần tổng hợp ý kiến của các thành viên khác trong nhóm, HS biết tiếp thu và phản biện ý kiến khác một cách tích cực khi thuyết trình báo cáo kết quả của dự án.

***1.2.5.3. Năng lực tự học***

*a) Khái niệm năng lực tự học:* Năng lực tự học là khả năng tự mình động não, sử dụng các năng lực trí tuệ, cùng các phẩm chất của mình, rồi cả động cơ, tình cảm, cả nhân sinh quan, để chiếm lĩnh một lĩnh vực hiểu biết nào đó của nhân loại, biến lĩnh vực đó thành sở hữu của mình [38].

Trong [38], tự học được chia thành hai mức, đó là tự học dưới sự hướng dẫn và tự học hoàn toàn, đồng thời tác giả đưa ra dấu hiệu để phân biệt hai mức này, cụ thể:

- Mức 1: Tự học có hướng dẫn. Thầy và trò trao đổi thông tin, tuy nhiên dưới dạng người học làm bài, phản ánh thắc mắc, thầy giải đáp thắc mắc, chấm bài; người học thể hiện cao vai trò chủ động.

- Mức 2: Tự học hoàn toàn, người học tự giải quyết các vấn đề trong học tập bằng cách động não, tự mình quan sát, tự mình làm thử mà không có sự trợ giúp của người thầy, người học cũng có thể chủ động gặp người khác để trao đổi.

*b) Biểu hiện của năng lực tự học:* Trong tổ chức DHTDA, chúng tôi đánh giá những biểu hiện của năng lực tự học thể hiện ở các điểm sau:

- HS xác định rõ nhiệm vụ học tập một cách tự giác, chủ động, đặt được mục tiêu và thực hiện một cách có kế hoạch, đồng thời nỗ lực thực hiện để hoàn thành mục tiêu.

- HS tự hình thành được kiến thức mới đồng thời có thể trình bày lại kiến thức hình thành trong quá trình tự học, qua đó còn thể hiện được năng lực sáng tạo.

- HS nhiệt tình tiếp thu ý kiến đóng góp của GV, của các thành viên và có sự điều chỉnh hoạt động của bản thân, của nhóm.

- HS tự đánh giá được hiệu quả làm việc của bản thân, của nhóm theo các tiêu chí mà GV đã đặt ra.

*c) Một số biện pháp nâng cao năng lực tự học trong tổ chức DHTDA*

- Trong tổ chức DHTDA, GV cần thiết kế các DAHT phù hợp với khả năng của HS, có khả năng lôi cuốn các em thực hiện dự án và HS được trao quyền quyết định các hoạt động học tập ngay từ ban đầu. GV cần tạo môi trường thân thiện cho HS, kịp thời có sự hỗ trợ khi cần thiết.

- GV khuyến khích HS thảo luận trong các nhóm thực hiện dự án. GV có thể tổ chức các hoạt động học tập thông qua một bộ câu hỏi định hướng được thiết kế chu đáo và thông báo trước với HS để các em chủ động định hướng các hoạt động học tập của mình như lập kế hoạch, thu thập và xử lí số liệu, huy động các bên có liên quan…, dự đoán các kĩ năng học tập cần được triển khai.

## 1.3. Dạy học theo dự án chủ đề Toán rời rạc ở trường THPT Chuyên

### *1.3.1. Vai trò của Toán rời rạc và ứng dụng*

#### *1.3.1.1. Lịch sử hình thành và phát triển của chuyên ngành Toán rời rạc*

Có nhiều khái niệm khác nhau về TRR như: "TRR gồm các lĩnh vực như logic toán, tổ hợp và xác suất hữu hạn, ma trận đại số, lý thuyết đồ thị, đệ quy và lý thuyết thuật toán" (theo Kenney, [66]) hay "TRR hay Toán học rời rạc (tiếng Anh: discrete mathematics) là tên chung của nhiều ngành toán học có đối tượng nghiên cứu là các tập hợp rời rạc, các ngành này được tập hợp lại từ khi xuất hiện khoa học máy tính làm thành cơ sở toán học của khoa học máy tính. Nó còn được gọi là toán học dành cho máy tính. Người ta thường kể đến trong Toán học rời rạc lý thuyết tổ hợp, lý thuyết đồ thị, lý thuyết

độ phức tạp, đại số Boole. Một quan điểm rộng rãi hơn, gộp tất cả các ngành toán học làm việc với các tập hữu hạn hoặc đếm được vào Toán học rời rạc như số học modulo m, lý thuyết nhóm hữu hạn, lý thuyết mật mã,...” (Bách khoa toàn thư mở Wikipedia)

Trong luận án này chúng tôi sử dụng khái niệm về TRR như sau : “TRR là một lĩnh vực của Toán học nghiên cứu các đối tượng rời rạc như số nguyên, đồ thị, các phát biểu logic,... Phạm vi nghiên cứu của TRR rất rộng, có thể chia thành các môn học khác nhau. Những chủ đề chính của TRR là: Lý thuyết khoa học máy tính, lý thuyết thông tin, lý thuyết tập hợp, lý thuyết đồ thị, lý thuyết trò chơi, logic, xác suất,...” [27].

TRR có liên quan đến nhiều lĩnh vực khác của Toán học như lý thuyết xác suất, đại số, hình học. Bên cạnh đó nó còn liên quan đến các ngành ứng dụng như vật lí thống kê và khoa học máy tính . Những công trình đầu tiên liên quan tới TRR, mà cụ thể là toán tổ hợp được các nhà toán học như Cardano, Pascal, Ferma, Iakov Bernulli và một số người khác đưa ra từ thế kỷ 16, 17, dựa trên thực tiễn từ các trò chơi. Những nhà toán học tiếp theo đã có công xây dựng ngành khoa học này là Moivre, Laplace, Gauss, Poisson,… Giai đoạn thịnh vượng của sự phát triển này gắn với các công trình nghiên cứu của Chebusev (1982 - 1894) và học trò của ông là Makarov (1856 - 1922), Lyapunov (1857 - 1918). Vào giai đoạn này, TRR, nhất là tổ hợp và lý thuyết xác suất đã trở thành một ngành khoa học độc lập. Lý thuyết xác suất sau đó được phát triển mạnh bởi các nhà toán học Nga và Liên Xô như Kolmogorov, Gnedenko,…[63], [89].

Một chủ đề thuộc TRR cũng đã được hình thành từ sớm là LTĐT. LTĐT có lịch sử hình thành từ năm 1736 khi Euler (1707-1783), nhà toán học và vật lý học Thụy Sỹ, nghiên cứu bài toán bảy cây cầu của Königsberg, một bài toán đã được đơn giản một cách tối đa thông qua đồ thị. Bài báo của Euler (1736) là một trong những kết quả topo đầu tiên trong hình học bởi nó không hề phụ thuộc vào bất cứ độ đo nào. Năm 1936 một số kết quả cơ bản mới được xuất bản bởi Polya [61]; năm 1852, Francis Guthrie đưa ra bài toán bốn màu, bài toán được xem là bài toán khai sinh ra LTĐT và cho đến năm 1976 Kenneth Appel và Wolfgang HaKen mới giải quyết được toàn vẹn bài toán bốn màu. Trong quá trình giải quyết bài toán này, các nhà toán học đã xây dựng nhiều thuật ngữ và khái niệm nền tảng cho LTĐT trong TRR [48].

***1.3.1.2. Vai trò của Toán rời rạc trong thực tiễn***

TRR được nhiều trường đại học quan tâm nghiên cứu. Kể từ năm 2001, hàng năm trường ĐH Haifa (Israel) đều tổ chức hội thảo tổng kết các nghiên cứu và ứng

dụng về tổ hợp và LTĐT trong TRR. Hội thảo tập trung được các nhà Toán học cùng các công trình nghiên cứu ở nhiều trường đại học uy tín trên thế giới. LTĐT trong TRR còn được ứng dụng nhiều trong hóa học, cụ thể là trong liệt kê đồng phân hóa học, so sánh cấu trúc của Protein,… Nhóm nghiên cứu gồm Yan Yan, Shenggui Zhang, Fang - Xiang Wu (2010) đã chứng minh việc dùng LTĐT trong so sánh cấu trúc của Protein là một PP với chi phí thấp, mang tính hiệu quả cao và nhiều tiện ích khác [75]. Năm 2012, trong công trình *"Các toán tử của đồ thị: lý thuyết và ứng dụng trong khoa học máy tính"*, René Schott đã nghiên cứu mối quan hệ và tương tác giữa toán tử tính toán, LTĐT với xác suất lượng tử và đưa ra nhiều ứng dụng hiệu quả trong khoa học máy tính [77].

TRR còn được lựa chọn trong lĩnh vực nghiên cứu về quy hoạch; đánh giá và lựa chọn tối ưu trong các dự án; lập kế hoạch và kiểm soát việc thực hiện các dự án để giải pháp đưa ra phù hợp với nội dung đồ thị đã được lựa chọn trước đó [59].

Như vậy, chúng ta có thể thấy TRR có ứng dụng rộng lớn trong nhiều lĩnh vực: trong nội bộ toán học (là một nhánh quan trọng của toán học, các bài TRR đếm số tổ hợp và tính xác suất trong TRR có tính ứng dụng thực tiễn cao), trong khoa học máy tính, trong kĩ thuật, trong y học, trong khoa học quản lý và tầm ứng dụng rộng rãi trong cả khoa học tự nhiên và khoa học xã hội [51], [77]. Hiện nay sự vận dụng của TRR trong các lĩnh vực đang ngày càng được quan tâm nghiên cứu [90].

Với những ứng dụng thực tiễn trong đời sống hiện đại, TRR đã được đưa vào chương trình toán THPT. Các bài TRR ngày càng chiếm một vị trí hết sức quan trọng trong các kì thi HS giỏi toán, olympic toán, vô địch toán... TRR là một dạng toán khó, đòi hỏi tư duy logic cao, tư duy thuật toán, khả năng mô hình hóa tốt, đáp ứng được mục tiêu lựa chọn được những HS có năng khiếu toán học. Hơn nữa, nội dung các dạng TRR ngày càng có vai trò trong vận dụng vào thực tế, và điều này hoàn toàn phù hợp với hướng phát triển của toán học hiện đại.

#### *1.3.1.3. Vai trò của Toán rời rạc trong chương trình môn Toán THPT Chuyên*

Tác giả Nguyễn Thị Ngọc Ánh [1] đã tổng kết vai trò của TRR trong chương trình môn Toán ở trường THPT thể hiện ở một số điểm cơ bản: cung cấp các vấn đề toán học tương đối khó nhưng lại gây hứng thú và dễ tiếp cận cho HS, có thể áp dụng được vào những tình huống hàng ngày, khuyến khích một cách tiếp cận khám phá trong giảng dạy, giúp GV có một cái nhìn mới so với toán học truyền thống và là công cụ tốt cho rèn luyện kĩ năng giải toán và phát triển tư duy của người học.

Bài báo "*Vai trò của các bài Toán tổ hợp trong việc rèn luyện tư duy toán học và kĩ năng giải toán*" [91] có đưa ra nhận định "Toán tổ hợp không có những khuôn mẫu nhất định cho việc giải (giống như việc giải phương trình, khảo sát hàm số, tính tích phân) nên luôn đòi hỏi sự sáng tạo từ phía HS... Toán tổ hợp thường được phát biểu bằng lời văn, đòi hỏi HS phải có kĩ năng đọc, hiểu và rút trích thông tin, biết cách phát biểu lại bằng ngôn ngữ toán học. Bài toán tổ hợp thường mang tính thực tế và tính thẩm mỹ cao, khiến HS yêu thích, ghi nhớ".

Theo chúng tôi, sự đóng góp của việc giảng dạy TRR trong trường phổ thông ở nước ta nói chung, và nhất là đối với HS chuyên Toán nói riêng, vào việc thực hiện mục tiêu đào tạo và nhiệm vụ giảng dạy toán học thể hiện ở những điểm sau:

- HS được trang bị một hệ thống kiến thức và kĩ năng Toán học, điều này càng được thể hiện rõ đối với chương trình dành cho HS chuyên Toán.

- Các nội dung của TRR thường xuất phát từ thực tiễn nên HS sẽ thấy được rõ hơn vai trò ứng dụng của Toán học, đồng thời cũng nâng cao khả năng vận dụng Toán học vào thực tiễn của HS.

- Khi làm việc với TRR, những bài toán của chủ đề này thường không có một khuôn mẫu giải cố định, HS cần tư duy một cách tích cực, sáng tạo, có sự chuyển hướng tư duy linh hoạt trong việc tìm các phương án để giải quyết bài toán, qua đó cũng góp phần rèn luyện phẩm chất, đạo đức của người lao động trong thời đại mới.

### *1.3.2. Mục tiêu dạy học nội dung Toán rời rạc ở trường THPT Chuyên*

Căn cứ vào phiếu xin ý kiến GV (Phụ lục 2, tr. P2) và tham khảo điều tra của Nguyễn Thị Ngọc Ánh [1] về một số mục tiêu dạy học nội dung TRR ở trường THPT Chuyên, chúng tôi có thể đưa ra một số mục tiêu sau khi dạy TRR cho HS chuyên Toán:

- Cung cấp một số nội dung kiến thức trong TRR, trang bị kiến thức cho HS giúp HS có thể đáp ứng được yêu cầu về tri thức trong xã hội hiện đại sau này.

- Giới thiệu một chủ đề Toán học có nhiều ứng dụng trong thực tiễn, góp phần hình thành, củng cố và phát triển cho HS tư duy tổ hợp nói riêng và tư duy logic nói chung.

- Giúp HS làm quen được với các PP suy luận toán học hiện đại từ đó phát triển được khả năng suy luận, rèn luyện sự mềm dẻo của tư duy, phát triển tư duy sáng tạo, tư duy phản biện, tư duy logic và khả năng mô hình hóa.

- Bổ sung vào chương trình dành cho HS chuyên Toán THPT những nội dung Toán học gắn với thực tiễn, kích thích sự quan tâm và tạo hứng thú cho HS, kích thích sự say mê nghiên cứu tri thức và những vận dụng thực tiễn của Toán học.

- Hình thành một số năng lực cho HS: năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề, năng lực tính toán, năng lực tự học, tự nghiên cứu, năng lực sáng tạo,...

### *1.3.3. Đặc điểm của học sinh năng khiếu Toán bậc THPT và tiềm năng dạy học theo dự án cho học sinh chuyên Toán*

#### *1.3.3.1. Đặc điểm của học sinh năng khiếu Toán*

Theo Nguyễn Bá Kim, nhóm HS có năng khiếu về môn Toán là những HS "có khả năng về Toán, yêu thích môn Toán và tự nguyện xin bồi dưỡng và nâng cao về môn này" [24]. Theo Nguyễn Thị Ngọc Ánh, HS năng khiếu Toán là HS "... có kĩ năng vận dụng kiến thức và PP Toán học thành thạo, sáng tạo; nhanh chóng nhận thức được vấn đề và lập được kế hoạch hợp lí để tìm cách giải quyết; biết liên hệ vấn đề mới với các kiến thức, kĩ năng đã có; biết đánh giá đúng, sai, ưu điểm, hạn chế của phương án đã tìm ra. Luôn có xu hướng tìm nhiều lời giải cho một vấn đề" [1]. Trong đề tài, chúng tôi chỉ xét đến HS năng khiếu Toán ở bậc THPT, cụ thể là đối tượng HS chuyên Toán. Trước hết, HS chuyên Toán THPT cũng có những đặc điểm của HS THPT nói chung như sau [5]:

- Đặc điểm tâm sinh lí: HS THPT đang ở tuổi đầu của thanh niên, là thời kì đầu thể lực đạt được sự tăng trưởng. Do cấu trúc bên trong của vỏ não trở nên phức tạp và các chức năng của não phát triển nên hệ thần kinh có sự thay đổi quan trọng. Khả năng hưng phấn và ức chế ở vỏ não tăng lên rõ rệt, có thể hình thành mối liên hệ thần kinh tạm thời phức tạp hơn, những phẩm chất ý chí và tư duy ngôn ngữ phát triển mạnh. HS ở lứa tuổi THPT có thái độ rõ ràng với các vấn đề, hiện tượng đạo đức trong xã hội, có sự phê phán, đánh giá với các vấn đề đó. Các em có nhu cầu cao trong việc giao tiếp với bạn bè cùng lứa tuổi trong tập thể; thấy được vị trí, trách nhiệm của mình và cũng cả thấy mình cần cho tập thể. Đối với HS THPT, hoạt động học tập vẫn là hoạt động chủ đạo, tính tích cực và độc lập trí tuệ được nâng lên mức độ cao hơn.

- Đặc điểm của sự phát triển trí tuệ: Năng lực phân tích, tổng hợp, trừu tượng hóa, so sánh phát triển cao giúp cho HS có thể tiếp thu được những khái niệm trừu tượng và phức tạp; Tri giác có mục đích đã đạt được ở mức độ rất cao, có hệ thống và toàn diện hơn; Trong hoạt động trí tuệ, ghi nhớ có chủ định đóng vai trò chủ đạo, HS tạo được tâm thế phân hóa trong ghi nhớ, ghi nhớ được sắp xếp theo trật tự và khoa học, có tính chọn lọc khá rõ ràng; HS có khả năng tư duy lý luận, tư duy trừu tượng

một cách độc lập, chặt chẽ, có căn cứ và mang tính nhất quán do chức năng của não bộ phát triển và sự phát triển của quá trình nhận thức.

Như vậy, tâm sinh lí của HS THPT đã phát triển, có nhiều điều kiện thuận lợi cho sự phát triển năng lực hoạt động trí tuệ độc lập, năng lực tự học và sáng tạo.

Với HS năng khiếu Toán, ngoài những đặc điểm chung của HS THPT, còn có những đặc điểm riêng về mặt trí tuệ, thể hiện [16], [71]:

- HS năng khiếu Toán trước hết là những HS ham thích học Toán, có trí nhớ tốt, hiểu bài nhanh và có khả năng tự học;

- Trình bày tư duy Toán học và có một nhận thức sắc bén đối với thông tin định lượng trong môi trường xung quanh, suy nghĩ theo logic và biểu tượng về các mối quan hệ;

- Lập luận phân tích, diễn dịch, quy nạp;

- Có khả năng đảo ngược các quá trình lý luận và PP chuyển đổi một cách linh hoạt nhưng có hệ thống;

- Làm việc, giao tiếp, chứng minh cho khái niệm Toán học một cách sáng tạo và trực quan, cả bằng lời nói và bằng văn bản;

- Có thể cấu trúc dữ liệu bằng nhiều cách khác nhau, giải quyết vấn đề bằng nhiều giải pháp đa dạng hoặc thay thế;

- Có khả năng dịch chuyển toán học vào các tình huống mới;

- Kiên trì tìm kiếm giải pháp đối với những nhiệm vụ phức tạp của họ mang tính "lộn xộn" hoặc "không xác định";

- Nắm bắt được khái niệm và các chiến lược Toán học một cách nhanh chóng, bằng cách duy trì tốt và liên kết khái niệm toán học bên trong và giữa các lĩnh vực nội dung và tình huống thực tế.

Dưới đây chúng tôi trình bày rõ hơn một số khả năng và biểu hiện của HS năng khiếu Toán [96]:

*Bảng 1.3. Phân tích khả năng và một số biểu hiện tương ứng của HS năng khiếu Toán*

| STT | Khả năng | Biểu hiện |
|---|---|---|
| 1 | Hiểu rõ vấn đề Toán học và kiên trì trong việc giải quyết | - Giải thích được ý nghĩa của vấn đề, phân tích thông tin đã có để đưa ra các hướng, biện pháp có thể giải quyết được vấn đề.<br>- Kiên trì tìm kiếm giải pháp đối với nhiệm vụ phức tạp, lựa chọn được biện pháp thích hợp để phát triển, giải quyết vấn đề. |

| | | |
|---|---|---|
| | chúng | - Kiểm tra lại tính chính xác và hợp lí của giải pháp đã đưa ra.<br>- Hiểu và kết nối được với các giải pháp mà các thành viên khác đưa ra. |
| 2 | Khả năng định tính và định lượng được các đối tượng Toán học | - Chuyển các thông tin đã cho dưới các khái niệm hoặc các biểu diễn Toán học; có thể cấu trúc dữ liệu bằng nhiều cách khác nhau.<br>- Định tính hoặc định lượng được các đối tượng và xem xét được ý nghĩa và mối quan hệ giữa các đại lượng liên quan.<br>- Phân tích một vấn đề phức tạp bằng cách chia chúng thành những vấn đề nhỏ hơn. |
| 3 | Khả năng tranh luận và đánh giá | - Nắm rõ được cách tiếp cận vấn đề. Lắng nghe, hiểu, phân tích và trả lời được lập luận của các thành viên khác.<br>- Xác định, giải thích và đánh giá một cách logic những vấn đề đã chính xác hoặc những vấn đề còn thiếu sót để có thể đồng ý hoặc bác bỏ một nội dung nào đó. |
| 4 | Khả năng mô hình hóa Toán học | - Sử dụng nhiều PP khác nhau để mô hình hóa Toán học, liên kết được khái niệm Toán học và vận dụng vào giải quyết những vấn đề gắn với thực tiễn.<br>- Đơn giản hóa một vấn đề phức tạp bằng cách đưa thêm các giả thiết hoặc các vấn đề tương đương.<br>- Giải thích được kết quả và có thể sửa đổi được mô hình Toán học nếu thấy cần thiết, và dẫn đến một mô hình Toán học tối ưu nhất. |
| 5 | Sử dụng phù hợp các công cụ Toán học | - Tự tin khi sử dụng các công thức và khái niệm Toán học<br>- Sử dụng các công cụ Toán học và đánh giá được các ưu nhược điểm nếu sử dụng chúng.<br>- Xác định và sử dụng hiệu quả các nguồn tài liệu tham khảo.<br>- Sử dụng có hiệu quả các phương tiện công nghệ hiện đại hỗ trợ quá trình giải quyết vấn đề. |
| 6 | Khả năng thiết lập được một quy trình trong Toán học | - Có khả năng nhận ra điểm tương đồng giữa một số đối tượng và tiến hành tìm hiểu, thực nghiệm lặp đi lặp lại với một quy trình để có thể tổng quát, phát triển thành một quy tắc hoặc thiết lập được một công thức Toán học.<br>- Đánh giá được tính hợp lí của các kết quả hay quy trình đã thiết lập được. |

Ngoài ra, để có khảo nghiệm thực tiễn thêm về một số phẩm chất và đặc điểm khác của HS chuyên Toán thể hiện trong quá trình tự học cũng như hợp tác làm việc, chúng tôi tiến hành điều tra GV dạy Toán ở một số trường THPT Chuyên. Điều tra được thực hiện theo hình thức trả lời phiếu thăm dò ý kiến với 127 GV môn Toán thuộc 25 trường THPT Chuyên khu vực phía Bắc. Mẫu phiếu điều tra thứ nhất gồm 6 câu hỏi (xem phụ lục 1, trang P1) điều tra GV đánh giá về HS trong lớp chuyên Toán mà GV đó đang giảng dạy. Kết quả điều tra như sau:

*Bảng 1.4. Kết quả khảo sát GV đánh giá đặc điểm của HS chuyên Toán*

| STT | Đặc điểm của HS chuyên Toán | Đồng ý | Bình thường | Không đồng ý |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Tự giác, có ý thức cao thực hiện nhiệm vụ học tập đề ra | 93% | 7% | 0% |
| 2 | Thường lập được kế hoạch để giải quyết các vấn đề được giao trong một thời gian nhất định | 79% | 18% | 3% |
| 3 | Có khả năng thu thập thông tin một cách khoa học để giải quyết vấn đề | 87% | 13% | 0% |
| 4 | Có lập luận logic và thường đưa ra các minh chứng cho lập luận của mình | 81% | 14% | 5 % |
| 5 | Trong hợp tác làm việc, các em thường phân chia được nhiệm vụ rõ ràng và luôn có ý thức hoàn thành nhiệm vụ | 79% | 18% | 3% |
| 6 | Thường đánh giá chính xác kết quả làm việc của các thành viên khi hợp tác làm việc | 77% | 16% | 7% |

Từ kết quả điều tra có thể kết luận:

- Đa số GV đều đánh giá HS chuyên Toán thường thực hiện nhiệm vụ học tập đề ra với ý thức cao; lập được kế hoạch để giải quyết các vấn đề được giao trong một thời gian nhất định. Ngoài ra, qua trao đổi với một số GV dạy chuyên Toán trong các cuộc hội thảo của GV Toán các trường THPT Chuyên thuộc khu vực Duyên hải và đồng bằng Bắc Bộ, chúng tôi rút ra đánh giá chung về một số phẩm chất của HS chuyên Toán, cụ thể:

+ HS thường rất chăm chỉ, đi học đầy đủ, có sự tập trung cao trong giờ học, tích cực tham gia vào hoạt động học tập, có sự hứng thú và sẵn sàng tiếp nhận, đầu tư nhiều thời gian để giải quyết những bài tập hoặc nội dung Toán học khó. Điều này thể

hiện sự kiên trì trong việc tìm kiếm giải pháp đối với nhiệm vụ phức tạp, lựa chọn được biện pháp thích hợp để phát triển, giải quyết vấn đề.

+ HS thường rất chủ động trao đổi với GV cả trong và ngoài phạm vi thời gian tiết học về những nội dung các em quan tâm hoặc đề xuất những hướng giải quyết riêng những vấn đề đã học trên lớp.

+ Khả năng tranh luận và đánh giá của HS: HS có thể phân tích lại, đưa ra được những đánh giá chủ quan về cách giải quyết những vấn đề Toán học của các bạn khác trong lớp.

- Phần lớn GV đều công nhận HS chuyên Toán có khả năng thu thập, tổng hợp thông tin một cách khoa học để giải quyết vấn đề, có lập luận logic và thường có minh chứng cho các lập luận. HS chuyên Toán thường tự tìm hiểu và nghiên cứu nhiều nội dung Toán học nằm ngoài phân phối chương trình. Ưu điểm này giúp HS chủ động, tích cực trong việc khai thác các nguồn tài nguyên Toán học khác nhau, không chỉ là trong SGK mà ở các sách, tài liệu tham khảo, các forum, diễn đàn Toán học,... từ đó chủ động tiếp thu và xử lí thông tin, có xu hướng tự lực tìm cách giải quyết các câu hỏi và quan tâm đến bản chất khoa học của các thông tin Toán học đó.

- Đa số GV cho rằng HS chuyên Toán khi làm việc theo nhóm thường phân chia được nhiệm vụ rõ ràng trong hợp tác làm việc sẽ hạn chế bớt khó khăn trong việc đảm nhận trách nhiệm học tập của mình. HS chuyên Toán có tính kỉ luật và tự giác, các em thường có lời nói và suy nghĩ về hành động của bản thân, sau đó lựa chọn điều gì là đúng cho mình và cho người khác. Điều đó cũng thể hiện sự tôn trọng người khác. Khi thực hiện bất kì một nhiệm vụ học tập hay một hoạt động chung thì tính kỉ luật và tự giác là điều cần thiết để các em có thể hoàn thành tốt nhiệm vụ đặt ra.

Bên cạnh những ưu điểm thì một số GV dạy chuyên Toán đánh giá rằng HS chuyên Toán cũng có những nhược điểm so với các HS khác:

+ Thường chỉ quan tâm đến giải thích câu hỏi "như thế nào", "tại sao" mà không để ý đến quy trình tính toán hay những chi tiết nhỏ, hoặc có thể mải theo đuổi những vấn đề cá nhân tâm đắc mà không quan tâm đến tiến trình chung khi tập thể lớp đã chuyển sang một chủ đề khác [80], [82].

+ HS chuyên Toán được đánh giá có khả năng tự học tốt nhưng mức độ năng động trong các hoạt động tập thể, hoạt động ngoại khóa lại thường không được đánh giá cao.

Bộ Giáo dục Đào tạo cũng đã đánh giá HS các trường THPT Chuyên, trong đó có HS chuyên Toán, "còn hạn chế về ngoại ngữ, về khả năng hòa đồng trong giao lưu với bạn bè quốc tế, trong môi trường đa ngôn ngữ còn hạn chế do chưa thật tự tin" (Báo cáo sơ kết việc thực hiện Đề án phát triển hệ thống trường THPT Chuyên giai đoạn 2010-2016).

Như vậy qua nghiên cứu và điều tra thực tiễn, chúng tôi thấy rằng về mặt nhận thức, HS chuyên Toán có khả năng nắm bắt các khái niệm và các chiến lược Toán học một cách nhanh chóng. Học sinh chuyên Toán có nhiều khả năng và biểu hiện trong nghiên cứu các vấn đề Toán học như khả năng mô hình hóa Toán học, khả năng tranh luận và đánh giá,...Từ đó HS biết tìm hướng giải quyết và vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Hơn nữa, HS chuyên Toán thường có ý thức cao trong việc tự học và hoàn thành các nhiệm vụ học tập được đề ra,... Những đặc điểm trên là những thuận lợi khi GV khi triển khai DHTDA cho HS chuyên Toán.

***1.3.3.2. Sự phù hợp khi tổ chức dạy học theo dự án cho học sinh năng khiếu Toán***

- Đối với HS chuyên nói chung và đối với HS chuyên Toán nói riêng thì tự học có một vai trò quan trọng góp phần vào sự phát triển về nhân cách và trí tuệ của các em. Tạ Quang Bửu khẳng định "Tự học là khởi nguồn của phong cách tự đào tạo đồng thời là cái nôi nuôi dưỡng trí sáng tạo. Ai tự học tốt ngay khi còn ngồi trên ghế nhà trường, người đó sẽ tiến xa trong cuộc đời". Vấn đề tự học của HS chuyên Toán xuất phát từ *thái độ* (hứng thú, nhu cầu khắc phục khó khăn, tính tự giác), *nhu cầu tự học* (hoàn thành nhiệm vụ GV giao, mở rộng kiến thức, khẳng định bản thân) và *động cơ tự học* (lĩnh hội tri thức, hình thành kĩ năng, kĩ xảo). Kĩ năng tự học của HS chuyên Toán (định hướng tự học, thực hiện các hoạt động tự học, kĩ năng tự kiểm tra, đánh giá hoạt động tự học) là điều kiện thuận lợi, mang lại hiệu quả khi GV triển khai các PPDH tích cực [15], đặc biệt là PP DHTDA.

- HS chuyên Toán có khả năng hiểu rõ vấn đề Toán học và kiên trì trong việc giải quyết chúng. Các em có thể lựa chọn được biện pháp thích hợp để phát triển, giải quyết vấn đề. Khả năng này giúp HS chủ động trong việc lựa chọn các DAHT và có tiềm năng để hoàn thành được DAHT đã lựa chọn.

- Các DAHT có thể kéo dài trong phạm vi nhiều tiết học, hàng tuần và thậm chí cả một học kì, đòi hỏi sự làm việc bền bỉ và có kế hoạch của HS. HS chuyên Toán có nhiều mặt tích cực trong hợp tác, làm việc theo nhóm và thực hiện những nhiệm vụ học tập khó khăn, mang tính "dài hơi":

+ Đối với HS giỏi, nhất là HS giỏi Toán, có kĩ năng theo dõi hoạt động học tập của chính mình bao gồm khả năng đọc và nghe hiểu, áp dụng và điều chỉnh kiến thức hiệu quả trong chiến lược học tập của mình. Bên cạnh đó là khả năng tự kiểm soát mức độ nỗ lực để đạt mục tiêu đề ra. HS chuyên thường hiểu rõ được vấn đề Toán học và kiên trì trong việc giải quyết chúng và các em hiểu rằng một số nhiệm vụ nhất định đòi hỏi sự kiên trì, thời gian và nỗ lực cố gắng nhiều hơn các nhiệm vụ khác, đó cũng là động lực để HS học tập ngay cả khi công việc khó khăn, đòi hỏi sự giải quyết của cả nhóm trong thời gian dài.

+ Động lực học tập của HS là một yếu tố quan trọng góp phần vào sự thành công trong giảng dạy. Cụ thể, đó là nhận thức về kĩ năng, niềm tin động lực bên trong và sự tự điều chỉnh bên ngoài. HS nhận thức được việc học tập hợp tác liên quan đến hiệu quả trong học tập, các em tự thiết lập được mục tiêu cho bản thân, sử dụng các chiến lược học tập hiệu quả, cố gắng tạo ra môi trường học tập thuận lợi có sự hỗ trợ của bạn bè. HS chuyên Toán sẵn sàng tranh luận, bày tỏ quan điểm của mình, qua đó nâng cao được tư duy phê phán. Những đặc điểm trên của HS chuyên Toán là điều kiện thuận lợi để các em chủ động, tự tin trong việc thực hiện các nhiệm vụ học tập phức tạp, qua đó hình thành tri thức và các kĩ năng mong muốn.

- HS chuyên Toán có khả năng định tính và định lượng được các đối tượng Toán học, biết phân tích một vấn đề phức tạp bằng cách chia chúng thành những vấn đề nhỏ hơn. Việc phân tách được các nội dung lớn trong dự án thành các nhiệm vụ cụ thể và giao trực tiếp cho các thành viên trong nhóm sẽ đảm bảo tiến độ và hiệu quả chung của DAHT.

- Khả năng sử dụng phù hợp các công cụ Toán học của HS chuyên Toán, trong đó các nguồn tài liệu tham khảo được xác định và sử dụng hợp lý là một yếu tố đóng góp vào hiệu quả khi triển khai DHTDA. Ưu điểm này sẽ khắc phục được khó khăn của HS nói chung trong việc phải chủ động và có kĩ năng khai thác các nguồn tài nguyên khác nhau, không chỉ là trong SGK, trong quá trình thực hiện DAHT.

- Khả năng tranh luận và đánh giá của HS chuyên Toán sẽ được thể hiện rõ trong quá trình HS hợp tác giải quyết DAHT và trong các buổi báo cáo trình bày sản phẩm dự án. Trong quá trình hợp tác làm việc, các em có khả năng nắm rõ được cách tiếp cận vấn đề, hiểu được lập luận của các thành viên khác, từ đó sẽ có đánh giá một cách logic nhằm đồng ý hay bác bỏ một nội dung nào đó. Qua đó sẽ dẫn đến sự thống nhất trong xây dựng sản phẩm, giúp cho DAHT đạt kết quả tốt hơn. Ngoài ra khả năng tranh luận và đánh giá giúp cho HS đánh giá chính xác chất lượng DAHT của các nhóm khác.

- Khả năng có thể thiết lập được một quy trình trong Toán học sẽ giúp HS khai thác tốt hơn các DAHT đã thực hiện. Khi nhận ra điểm tương đồng giữa một số đối tượng và tiến hành thực nghiệm kiểm chứng quy trình trong khi thực hiện DAHT, HS sẽ có nhu cầu tiếp tục đặt ra vấn đề và thực hiện những nhiệm vụ trong dự án mới.

Như vậy, có thể thấy HS chuyên Toán có nhiều đặc điểm phù hợp với những yêu cầu đối với HS trong tổ chức DHTDA. Điều này giúp GV có thể tích cực hơn trong việc triển khai DHTDA, mạnh dạn thiết kế các DAHT phức tạp với những nội dung Toán học khó, góp phần rèn luyện hoạt động nhận thức và nâng cao tri thức Toán học cho HS chuyên Toán.

***1.3.3.3. Tiềm năng dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc cho học sinh chuyên Toán***

- Nhiều nội dung của TRR gắn với những tình huống thực tiễn và có ứng dụng thực tế (bài toán đếm, bài toán tô màu, lý thuyết đồ thị, bài toán phủ...) nên có thể lựa chọn để thiết kế được các DAHT. Các bài toán trên thường đưa ra kết quả, chứng minh sự tồn tại hoặc thiết lập một chu trình,... do đó HS có thể đưa ra các sản phẩm trong DAHT, đảm bảo tính định hướng sản phẩm của DHTDA.

- Các bài TRR thường không có những khuôn mẫu giải nhất định mà đòi hỏi sự sáng tạo, tư duy logic của HS, gây ra sự hứng thú, kích thích sự say mê nghiên cứu tri thức, nhất là đối với đối tượng HS chuyên Toán. Điều này rất có ý nghĩa khi GV tổ chức cho HS xây dựng kiến thức thông qua DHTDA. HS có động lực, tích cực, chủ động trong các hoạt động, đảm bảo tính tự lực cao của người học và định hướng hứng thú của DHTDA.

- TRR là một chủ đề Toán học khó, đòi hỏi HS phải đầu tư thời gian vào nghiên cứu, không chỉ làm việc độc lập mà cần sự hợp tác làm việc trong nhóm. Khi thực hiện dự án, các thành viên trong nhóm có điều kiện trao đổi với hoặc hỏi thầy cô, với bạn học và những người am hiểu về nội dung TRR,...

- Số tiết dạy chủ đề TRR ở mỗi trường THPT Chuyên là khác nhau. Theo điều tra với 127 GV thuộc 25 trường THPT Chuyên thì số tiết cần thiết dành cho chủ đề TRR ở cả ba năm học tại các trường từ khoảng 105 đến 135 tiết. Tuy nhiên trên thực tế các trường đều rất khó để có thể bố trí được số tiết cần thiết. Hơn nữa số tiết trong phân phối chương trình ở các trường THPT Chuyên cũng khác nhau nên việc lựa chọn PP DHTDA các chủ đề TRR là lựa chọn phù hợp. Khi tổ chức DHTDA, vì GV ở trường THPT Chuyên được chủ động trong việc xây dựng phân phối chương trình nên có thể

chủ động điều tiết số tiết dạy trên lớp, điều tiết thời gian thực hiện dự án trong và ngoài tiết dạy chính khóa, đảm bảo tiến độ giảng dạy của các chuyên đề khác.

- Mặc dù cùng là HS chuyên Toán nhưng khả năng giải quyết vấn đề của mỗi HS khác nhau. Bên cạnh đó, nhiều chủ đề của TRR rất mở mà HS có thể khai thác ở những mức độ khác nhau tùy theo năng lực. Ví dụ khi học về đếm số phần tử của một tập hợp có những bài toán chỉ đơn giản là vận dụng hai quy tắc cơ bản là quy tắc cộng và quy tắc nhân, nhưng cũng có những bài toán phải vận dụng đến các PP đếm nâng cao như ánh xạ, truy hồi, hàm sinh,... Trong phần LTĐT cũng chỉ yêu cầu HS dừng lại ở mức độ nắm khái niệm và một số vận dụng đơn giản khi mô hình hóa bài toán về đồ thị. Tuy nhiên, có nhiều bài toán đồ thị rất phức tạp, kích thích những HS giỏi nghiên cứu, giải quyết chúng. Khi đó, nếu GV vẫn dạy theo PP thuyết trình trên lớp thì với đặc điểm của HS chuyên Toán, có thể sẽ là đơn điệu với HS này nhưng lại gây áp lực với HS khác và với chính GV. Tuy nhiên, nếu GV thiết kế một số chủ đề TRR thành các DAHT và để HS chọn các chủ đề theo khả năng và sự quan tâm thì sẽ đảm bảo được tính phân hóa và mọi thành viên trong lớp đều có những nhiệm vụ phải thực hiện. HS có điều kiện, có thời gian để thể hiện năng lực bản thân, có những cách tự học để khai thác vấn đề ở độ sâu khác nhau, hoặc có thể hợp tác, trao đổi với bạn trong quá trình thực hiện DAHT.

Theo [21], nội dung môn Toán ở các lớp chuyên Toán về bản vẫn là nội dung môn này ở nhà trường phổ thông, nhưng có bổ sung một số yếu tố theo 4 phương hướng:

+ Nghiên cứu sâu, mở rộng và hệ thống hóa kiến thức cơ bản trong SGK;

+ Chú trọng những ứng dụng thực tiễn của Toán học;

+ Tăng cường một số yếu tố của logic học (HS cần được rèn luyện về những PP suy luận như quy nạp, suy diễn, tương tự hóa, khái quát hóa, đặc biệt hóa,..);

+ Bổ sung một số yếu tố của Toán học hiện đại.

Căn cứ vào các phân tích về tiềm năng DHTDA một số chủ đê TRR cho HS chuyên Toán, có thể thấy rằng DHTDA là PP dạy học đổi mới, tích cực, phù hợp với chương trình, đối tượng HS THPT chuyên Toán nhưng vẫn đảm bảo đầy đủ 4 phương hướng đã nêu ở trên.

### *1.3.4. Thực tiễn dạy học chủ đề Toán rời rạc ở một số trường THPT Chuyên*

#### *1.3.4.1. Khảo sát thực trạng dạy học chủ đề Toán rời rạc với yêu cầu đổi mới PPDH ở trường THPT Chuyên*

Chúng tôi đã tiến hành điều tra thông qua sử dụng phiếu xin ý kiến GV để thu thập thông tin từ phiếu (Phụ lục 2, tr P2) nhằm khảo sát thực tiễn dạy học chủ đề

TRR ở một số trường THPT Chuyên. Kết quả thu được như sau:

- Số tiết dành cho chủ đề TRR trong ba năm học ở các trường khác nhau, dao động trong khoảng 105-135 tiết.

- 100% GV cho rằng TRR phát triển ở người học các năng lực: năng lực tổng hợp, tư duy logic, năng lực mô hình hóa và giải quyết vấn đề.

- 94% GV đồng ý nên dạy học để nâng cao hơn tính ứng dụng thực tiễn của TRR, không thể dạy chủ đề TRR chỉ để phục vụ bồi dưỡng HS thi HS giỏi.

- 83% GV được hỏi đồng ý với việc cần hạn chế một số chủ đề lý thuyết khó trong trong Hình học tổ hợp và lí thuyết đồ thị cho một số HS nghiên cứu, để những HS còn lại có thời gian tập trung vào những chủ đề có vận dụng thực tiễn.

- 88,5% GV đồng ý với việc HS nên sử dụng được công nghệ thông tin phục vụ vào chủ đề TRR.

- 94% GV đồng ý với việc có thể đổi mới PPDH chủ đề TRR, đáp ứng với yêu cầu đổi mới theo đề án trường THPT Chuyên.

Qua tổng hợp các phiếu, xem các ý kiến khác và thông qua trực tiếp trao đổi với các GV, chúng tôi đánh giá:

- Theo yêu cầu đổi mới, GV cần tạo điều kiện để HS tự học, được nghiên cứu chuyên sâu về các chủ đề TRR tùy theo năng lực của mỗi cá nhân. Theo khảo sát 127 GV dạy Toán tại 25 trường THPT Chuyên, số tiết dành cho chủ đề TRR của các trường khoảng từ 105 đến 135 tiết. Điều này chứng tỏ việc dạy chủ đề TRR không đóng khung trong số tiết cố định mà các trường chủ động điều chỉnh chủ đề và đặt ra những yêu cầu riêng cho phù hợp với năng lực HS của mình.

- Cách tổ chức dạy học chủ đề TRR ở trường THPT Chuyên cần thay đổi theo hướng phát triển toàn diện, không chỉ là trang bị kiến thức mà cần dạy cho HS cách nghĩ, cách giải quyết vấn đề và cách ứng dụng trong thực tiễn. Trước đây, chủ đề TRR có nhiều vấn đề khó (trong đó có hình học tổ hợp, LTĐT) và thường được dạy theo phương thức thuyết trình với mục đích HS giải được nhiều bài khó, phục vụ cho các kì thi chọn HS giỏi. Hiện nay GV ở các trường chuyên cũng đã điều chỉnh, chuyển những chủ đề khó thành những nhiệm vụ với nhiều mức độ phức tạp và giao cho những đối tượng HS có mức độ năng lực khác nhau trong lớp, ví dụ:

+ Chủ đề "Một số nguyên lí cơ bản của Toán học", GV đặt ra mục tiêu chung là HS có thể vận dụng một nguyên lí để giải quyết bài toán, cao hơn là kết hợp nhiều nguyên lí trong các bài toán phức tạp. HS không chỉ giải được bài toán mà cần chỉ ra tại sao lại nghĩ đến một hay nhiều nguyên lí đó, giải thích cho những suy luận logic hay chứng minh của mình, chỉ ra được vận dụng gì trong thực tiễn, yêu cầu cao hơn là thiết kế các bài toán thực tế khác,…

+ Chủ đề "PP đếm nâng cao", tùy năng lực của HS mà GV có thể yêu cầu thực hiện đếm bằng ánh xạ, đếm bằng truy hồi hay sử dụng PP cao hơn là hàm sinh. Mỗi đối tượng HS lựa chọn thực hiện các phép đếm tùy theo sự quan tâm và thiết kế được hệ thống bài tập minh họa, vận dụng thực tiễn tùy theo năng lực, thường không thực hiện chung một nhiệm vụ học tập như trước.

+ Chủ đề "Hình học tổ hợp", "Lí thuyết đồ thị" chỉ yêu cầu chung ở mức độ vận dụng kiến thức, hạn chế những bài tập yêu cầu tư duy, kĩ năng quá phức tạp. Những kiến thức như cây, chu trình, luồng cực đại, ma trận hay mảng của đồ thị là những chủ đề khó, dành cho thi chọn HS giỏi chỉ nên triển khai trên một số đối tượng. GV thường đặt ra yêu cầu với đa số HS là nắm được lịch sử hình thành vấn đề và cần có kĩ năng mô hình hóa một số bài toán thực tế đơn giản và vận dụng lí thuyết đồ thị để giải chúng. HS được khuyến khích sử dụng công nghệ thông tin để minh họa, giải quyết bài toán.

***1.3.4.2. Khảo sát khả năng tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc***

Khi thực hiện khảo sát 127 GV Toán để tổng hợp những nội dung nào của TRR có thể thiết kế được dự án học tập, chúng tôi thu được một số kết quả sau:

*Bảng 1.5. Một số nội dung thuộc TRR có thể thiết kế DAHT*

| STT | Tên nội dung trong TRR | Số GV liệt kê (%) |
|---|---|---|
| 1 | Xác suất, thống kê | 94% |
| 2 | Một số PP đếm nâng cao trong Đại số tổ hợp | 87% |
| 3 | Các nguyên lí cơ bản của Toán học | 84% |
| 4 | Các bài toán về lý thuyết đồ thị và ứng dụng | 78% |
| 5 | Các bài toán tô màu | 71% |
| 6 | Các bài toán phủ và lưới điểm nguyên trong mặt phẳng tọa độ | 32% |

*Bảng 1.6. Kết quả khảo sát GV cho ý kiến đánh giá về chủ đề TRR*

| STT | Ý kiến | Đồng ý | Bình thường | Không đồng ý |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Toán rời rạc là một "*mảnh đất tốt*" để tổ chức dạy học theo dự án | 81% | 17% | 2% |
| 2 | Có thể bổ sung thêm một số chủ đề Toán rời rạc khác bên ngoài chương trình phù hợp với năng lực của HS nhằm đáp ứng mục tiêu đổi mới PPDH ở trường THPT Chuyên. | 77% | 19% | 4% |

Khi được hỏi về việc dạy học một số chủ đề của TRR bằng PP DHTDA, trong 127 GV được hỏi thì chỉ 3 GV (2,4%) cho biết họ thường xuyên cho HS học chủ đề TRR thông qua thực hiện những DAHT nhỏ; 12 GV (9,5%) ít khi tổ chức cho HS thực hiện các DAHT; 112 GV (88,1%) chưa thực hiện tổ chức DHTDA mà chỉ cho HS nghiên cứu, mở rộng kiến thức dưới các dạng chuyên đề.

Căn cứ vào kết quả khảo sát, chúng tôi thấy rằng đa số GV dạy chuyên Toán đều đánh giá trong TRR có nhiều nội dung có thể thiết kế được thành các DAHT và là một mảnh đất tốt để tổ chức DHTDA. Ngoài ra nhiều GV đồng ý với việc có thể bổ sung thêm các chủ đề TRR khác bên ngoài chương trình, phù hợp với năng lực của HS nhằm đáp ứng mục tiêu đổi mới PPDH ở trường THPT Chuyên.

## Kết luận chương 1

DHTDA là một PPDH đã được nghiên cứu từ đầu thế kỷ 20 với những đặc trưng cơ bản là định hướng sản phẩm, định hướng thực tiễn, hợp tác làm việc theo nhóm nhưng đồng thời cũng yêu cầu tính tự lực cao của người học,... DHTDA là một PPDH tích cực, phù hợp với định hướng đổi mới PPDH môn Toán và đáp ứng được nhiệm vụ, mục tiêu giáo dục của trường THPT Chuyên. Trong luận án, chúng tôi đã phân tích một số đặc điểm tâm sinh lí, đặc điểm nhận thức, một số khả năng cũng như biểu hiện tương ứng của HS năng khiếu Toán để có những đánh giá về thuận lợi và khó khăn khi thực hiện DHTDA cho đối tượng HS chuyên Toán.

Trong chương này chúng tôi đề xuất quy trình tổ chức DHTDA gồm ba giai đoạn: Chọn chủ đề, xây dựng DAHT; Thực hiện dự án; Tổng hợp đánh giá. Chúng tôi cũng trình bày một số biểu hiện của năng lực hợp tác và năng lực tự học thể hiện trong quá trình HS thực hiện DAHT. Ở chương sau chúng tôi sẽ phân tích rõ hơn quy trình đã thiết kế và những kĩ năng của năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS thể hiện khi HS thực hiện dự án.

Chúng tôi cũng đã tiến hành điều tra thực trạng dạy học chủ đề TRR của 127 GV dạy Toán tại 25 trường THPT Chuyên thuộc khu vực phía Bắc. Qua điều tra cho thấy TRR có nhiều chủ đề có thể thiết kế được thành các DAHT và là một mảnh đất tốt để tổ chức DHTDA. Qua đó chúng tôi nhận thấy DHTDA phù hợp với mục tiêu đổi mới PPDH ở trường chuyên; DHTDA phù hợp với chủ đề TRR và đã được nhiều GV ở trường chuyên biết đến, ủng hộ, đánh giá cao nhưng chưa có cơ hội thực hiện.

# Chương 2. THIẾT KẾ VÀ TỔ CHỨC DẠY HỌC THEO DỰ ÁN MỘT SỐ CHỦ ĐỀ TOÁN RỜI RẠC

## 2.1. Nội dung kiến thức và xây dựng tài liệu tham khảo trong dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc thuộc chương trình chuyên Toán THPT

### *2.1.1. Các kiến thức về Toán rời rạc trong chương trình chuyên Toán THPT*

*a. Những nội dung TRR trong chương trình và SGK THPT môn Toán*

Trong SGK THPT môn Toán có nội dung TRR với các chủ đề: *Mệnh đề - Tập hợp* (chương I - Đại số 10 cơ bản), *Thống kê* (chương V - Đại số 10 cơ bản*), Tổ hợp - xác suất* (chương II- Đại số và Giải tích 11 cơ bản), *Phương pháp quy nạp toán học* (chương III - Dãy số - Cấp số cộng - Cấp số nhân - Đại số và Giải tích 11 cơ bản).

*b. Những nội dung TRR trong Tài liệu giáo khoa chuyên Toán và các tài liệu tham khảo khác*

TRR là nội dung quan trọng trong chương trình chuyên Toán THPT nên các nhà biên soạn Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán đã đưa vào nội dung học tập dành cho HS chuyên Toán, không chỉ trong Đại số và Giải tích mà còn trong cả Hình học. Cụ thể:

- Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán Đại số 10:

+ *Chương I: Mệnh đề, tập hợp, ánh xạ* (Mệnh đề, mệnh đề chứa biến, áp dụng mệnh đề vào suy luận toán học, tập hợp, ánh xạ)

+ *Chuyên đề 2: Một số vấn đề của Toán Tổ hợp* (Nguyên lí Dirichlet, bất biến và đơn biến, nguyên lí cực hạn)

- Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán Đại số và Giải tích 11:

+ *Chương II: Thống kê*

+ *Chương III: Tổ hợp và xác suất* (Hai quy tắc đếm cơ bản, hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp, nhị thức Newton, biến cố và xác suất của biến cố, biến ngẫu nhiên rời rạc)

+ *Chuyên đề 1*: *Tổ hợp* (trình bày một số PP đếm nâng cao)

-Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán Giải tích 12: *Sử dụng phép quy nạp để giải phương trình hàm trên các tập hợp rời rạc (chuyên đề 2: Phương trình hàm).*

- Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán Hình học 12:

+ *Chuyên đề 1: Một số yếu tố của hình học Tổ hợp* (Hình lồi, đường kính của hình, cắt hình, mặt phẳng kẻ ô vuông).

+ *Chuyên đề 2: Lí thuyết đồ thị* (Khái niệm cơ bản về đồ thị, các yếu tố cơ bản của đồ thị vô hướng, một số loại đồ thị đơn vô hướng, một số loại đồ thị có hướng).

Như vậy, căn cứ theo Hướng dẫn nội dung dạy học môn Toán lớp 10, 11, 12 trường THPT chuyên áp dụng từ năm học 2006-2007 (ban hành kèm theo công văn số 12865/BGDĐT - GDTrH ngày 06/11/2006 của Bộ Giáo dục và Đào tạo), căn cứ vào SGK THPT và Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán [31], [32], [33], các nội dung kiến thức sau về TRR được dạy trong chương trình THPT chuyên Toán:

- *Mệnh đề, tập hợp, ánh xạ*

- *Các nguyên lí cơ bản của Toán học:*

+ Nguyên lí cộng, nguyên lí nhân, nguyên lí ánh xạ, nguyên lí bù trừ;

+ Nguyên lí Dirichlet (thường dùng trong bài toán chứng minh sự tồn tại của đối tượng);

+ Nguyên lí quy nạp (thường dùng trong lí thuyết số, lý thuyết đồ thị, toán tổ hợp và một số dạng toán khác);

+ Chứng minh bằng phản chứng, phép chứng minh dùng mệnh đề phản đảo, quy nạp toán học, tổng quát hoá và đặc biệt hoá, suy luận ngược,…

- *Một số yếu tố của Đại số tổ hợp*: Quy tắc cộng, quy tắc nhân, hoán vị, hoán vị lặp, chỉnh hợp, chỉnh hợp lặp, tổ hợp, tổ hợp lặp, nhị thức Newton, các PP đếm nâng cao và ứng dụng, xác suất, thống kê.

- *Một số yếu tố của Hình học tổ hợp:* Hình lồi, bài toán phân chia mặt phẳng, lưới điểm trên mặt phẳng và ứng dụng vào việc giải toán, bài toán phủ.

- *LTĐT*: Một số khái niệm cơ bản về Graph, bài toán tô màu.

GV sẽ căn cứ các nội dung trong bộ SGK THPT, bộ Tài liệu Giáo khoa chuyên Toán và các tài liệu, sách tham khảo để xây dựng chương trình giảng dạy cụ thể theo kế hoạch của từng trường THPT Chuyên.

### *2.1.2. Xây dựng và sử dụng tài liệu về Toán rời rạc trong tổ chức dạy học theo dự án*

#### *2.1.2.1. Sự cần thiết phải xây dựng tài liệu về chủ đề Toán rời rạc*

Trong DHTDA, nhiệm vụ quan trọng mà HS cần phải thực hiện là tìm kiếm và xử lí các thông tin liên quan đến chủ đề của dự án. Năng lực sáng tạo và khả năng tự học của HS được thể hiện rõ qua kĩ năng tìm kiếm và xử lí thông tin. Nếu không có nguồn tìm kiếm, khai thác thông tin thì HS sẽ phải mò mẫm hoặc không có tư liệu để nghiên cứu, trao đổi, phục vụ cho việc thiết kế sản phẩm của DAHT.

Hiện tại tài liệu bằng tiếng Việt về TRR dành cho HS phổ thông còn chưa nhiều; có một số tài liệu tiếng Anh về TRR và HS có thể tìm kiếm nhưng khả năng đọc được tài liệu nước ngoài của của HS còn hạn chế. Ngay cả trong Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ (TH&TT) cũng không có nhiều bài về nội dung này. Tuy hiện nay số lượng bài viết

về TRR đã xuất hiện nhiều hơn nhưng số lượng bài về nội dung này vẫn còn hạn chế. Do đó nếu GV xây dựng được nguồn tư liệu để HS và đồng nghiệp có thể tra cứu thì HS thực hiện dự án sẽ giảm được thời gian tìm kiếm và có thêm tài nguyên ban đầu trong thực hiện nhiệm vụ học tập.

***2.1.2.2. Yêu cầu về xây dựng và sử dụng tài liệu học tập nội dung Toán rời rạc***

- Nguồn tài liệu được xây dựng phải là các sách, bài báo thuộc các nhà xuất bản, các tạp chí đáng tin cậy.

- Nội dung của các tài liệu gắn với nội dung TRR và phù hợp với kiến thức của HS THPT Chuyên.

- GV phải kiểm tra được tính chính xác, khoa học của tài liệu trước khi cung cấp, chỉ dẫn cho HS. Khi HS tìm tài liệu, GV yêu cầu trong sổ theo dõi dự án HS phải ghi rõ nguồn tài liệu lấy ở đâu, của tác giả nào và GV phải kiểm tra lại được nguồn gốc và tính khoa học của các tài liệu đó.

- Trong quá trình tổ chức DHTDA, GV có thể tiếp tục bổ sung các tài liệu phù hợp mà bản thân và HS đã tìm kiếm được vào nguồn tư liệu chung, có thể sử dụng như là phương tiện dạy học trong các bài học khác nhau, đồng thời là nguồn tài liệu cho HS và đồng nghiệp sử dụng.

***2.1.2.3. Một số tài liệu học tập thuộc Toán rời rạc***

*a*) *Một số tài liệu sách tham khảo trong nước về TRR*

| STT | Tên sách | Tác giả | Nhà xuất bản |
|---|---|---|---|
| 1 | Đề thi vô địch Toán Quốc tế (1992) | Lê Hải Châu | NXB thành phố Hồ Chí Minh |
| 2 | Các đề thi chọn HSG Toán THPT toàn quốc (1994) | Lê Hải Châu | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 3 | Giải toán bằng phương pháp đại lượng bất biến (2004) | Nguyễn Hữu Điển | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 4 | Phương pháp quy nạp Toán học (2002) | Nguyễn Hữu Điển | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 5 | Tuyển tập 670 bài Toán rời rạc và cực trị chọn lọc (2001) | Nguyễn Đức Đồng | NXB Hải Phòng |
| 6 | Toán rời rạc ứng dụng trong tin học (2009) | Đỗ Đức Giáo | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 7 | Một số kiến thức cơ sở về Graph hữu hạn (2004) | Vũ Đình Hòa | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 8 | Lý thuyết tổ hợp và bài tập ứng dụng (2002) | Vũ Đình Hòa | NXB Giáo dục, Hà Nội |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | Toán rời rạc (2004) | Vũ Đình Hòa | NXB Đại học Sư phạm Hà Nội |
| 10 | Các PP giải Toán sơ cấp Giải tích- Tổ hợp 12 (2002) | Phan Huy Khải | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 11 | Chuyên đề chọn lọc tổ hợp và toán rời rạc | Nguyễn Văn Mậu (chủ biên) | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 12 | Toán rời rạc (2004) | Nguyễn Đức Nghĩa- Nguyễn Tô Thành | NXB Đại học Quốc gia Hà Nội |
| 13 | Những vấn đề lí thú trong toán sơ cấp (Tập 1: Bài toán cổ về đồng xu giả và xếp quân cờ) (2005) | Nguyễn Cảnh Nam | NXB Giáo dục, Hà Nội |
| 14 | Một số chuyên đề Toán tổ hợp bồi dưỡng học sinh giỏi trung học phổ thông (2010) | Phạm Minh Phương | NXB Giáo dục Việt Nam |
| 15 | Lý thuyết tổ hợp và đồ thị (2004) | Ngô Đắc Tân | NXB Đại học Quốc gia Hà Nội |
| 16 | Bồi dưỡng học sinh giỏi toán Tổ hợp – Rời rạc (2012) | Nguyễn Văn Thông | NXB Đại học Quốc gia Hà Nội |
| 17 | Bài tập Đại số sơ cấp (Phần một số nguyên lí cơ bản (2012) | Dương Quốc Việt, Lê Văn Đính | NXB Đại học Sư phạm Hà Nội |

*b*) *Một số tài liệu sách tham khảo tiếng Anh về TRR*

| STT | Tên sách | Tác giả | Nhà xuất bản |
|---|---|---|---|
| 1. | A Path to Combinatorics for Undergraduates Counting Strategies (2003) | Andreescu, T., & Feng, Z. | Springer |
| 2. | Graph theory with application (1982) | Bondy J.A.- Murty | Elsivier Science Publishing Co.Inc,USA |
| 3. | A walk through combinatorics: an introduction to enumeration and graph theory (2011) | Bóna, M. | World Scientific |
| 4. | Distance in Graphs (1990) | Buckley- F.Harary | Addison-Wesley Redwood City, CA |
| 5. | Combinatorics and Graph theory (2007) | C.Vasudev | New age International Publisher |
| 6. | Problem-solving strategies (1998) | Engel, A. | New York: Springer |
| 7. | Combinatorics and Graph theory (2008) | Jeffry L.Hirst | London Kogan Page Press |
| 8. | How to count (2015) | Robert A. Beeler | Springer International Publishing |
| 9. | Four colors Suffice (2002) | R.Wilson | Princeton Univ. Press |
| 10. | Problem-Solving Methods in Combinatorics: An Approach to Olympiad Problems (2013) | Soberon Bravo, P. | Birkhauser |

*c)Một số bài báo trong nước về chủ đề TRR*

Chúng tôi thống kê một số bài viết về TRR phục vụ cho việc tìm kiếm tài liệu của GV và HS trên Tạp chí TH&TT và trong kỷ yếu duyên hải Bắc Bộ, (kỷ yếu mỗi năm có một số tuyển chọn các bài viết của GV dạy chuyên Toán thuộc 25 trường THPT Chuyên khu vực duyên hải Bắc Bộ, trong đó có một số trường thuộc khu vực khác tham gia với tư cách quan sát viên); kỷ yếu trại hè Hùng Vương (tuyển chọn bài viết của GV thuộc 22 trường THPT Chuyên và thành viên miền núi phía Bắc).

| STT | Tên bài báo | Tác giả | Tạp chí- kỷ yếu |
|---|---|---|---|
| 1. | Bài toán về vé hạnh phúc | Trần Nam Dũng | TH&TT (2007) (số 359- tr. 13-15) |
| 2. | Ứng dụng số phức để giải Toán tổ hợp | Trần Việt Anh | TH&TT (2007) (số 360- tr. 8-9) |
| 3. | Đa thức và ứng dụng trong các bài toán tổ hợp | Trần Nam Dũng | TH&TT (2009) (số 383- tr. 8-9) |
| 4. | Sử dụng nguyên lí bù trừ của tập hợp để giải một số dạng toán số học | Trịnh Đào Chiến- Lê Văn Tám | TH&TT (2010) (số 392- tr. 11-13) |
| 5. | Sử dụng nguyên lí Dirichlet trong chứng minh bất đẳng thức | Huỳnh Tấn Châu- Nguyễn Đình Thi | TH&TT (2011) (số 413- tr. 10-13) |
| 6. | Xung quanh bài toán chia kẹo của Euler | Nguyễn Thị Ngọc Ánh | TH&TT (2012) (số 424- tr. 10-13) |
| 7. | Sử dụng tính chất bất biến để giải toán suy luận logic | Đinh Gia Linh | TH&TT (2013) (số 431- tr. 1-3) |
| 8. | Các bài toán về phép đếm | Đậu Thanh Kỳ | TH&TT (2013) (số 432- tr. 5-8) |
| 9. | Trò chơi bốc các vật | Đặng Huy Ruận | TH&TT (2013) (số 433- tr. 12-13) |
| 10. | Xác suất và việc khám chữa bệnh | Đặng Hùng Thắng | TH&TT (2013) (số 436- tr. 14-15) |
| 11. | Vì sao cần có thống kê trong chương trình toán THPT | Đặng Hùng Thắng | TH&TT (2014) (số 443- tr. 29-31) |
| 12. | Lý thuyết đồ thị giúp Hóa học tìm ra chất mới | Phan Thanh Quang | TH&TT (2014) (số 446- tr. 30-31) |
| 13. | Giả thuyết Erdos và Szekeres | Vũ Đình Hòa | TH&TT (2014) (số 446- tr. 15) |
| 14. | Sử dụng nguyên lí Dirichlet để chứng minh bất đẳng thức | Trần Minh Vương, Nguyễn Văn Quý | TH&TT (2014) (số 447- tr. 28-31) |
| 15. | Câu chuyện về giả thuyết Goldback | Đặng Hùng Thắng | TH&TT (2014) (số 448- tr. 28-30) |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16. | Về những bất biến trong các bài toán hình học tổ hợp | Đỗ Minh Khoa | TH&TT (2014) (số 450- tr. 27-30) |
| 17. | Giải các bài toán tổ hợp nhờ đếm số lần xuất hiện của mỗi phần tử trong tập hợp | Đỗ Văn Đức | TH&TT (2015) (số 454- tr. 28-31) |
| 18. | Các bài toán nổi tiếng về dãy Catalan | Ngô Thị Nhã- Nguyễn Văn Lợi | TH&TT (2015) (số 457- tr. 28-31) |
| 19. | Con kiến của Langton và sự phức tạp sinh ra từ những nguyên lí đơn giản | Đào Vũ Quang (phỏng dịch) | TH&TT (2015) (số 459- tr. 15) |
| 20. | Nguyên tắc cực hạn- Quy tắc biên | Nguyễn Khánh Nguyên | TH&TT (2015) (số 460- tr. 1-3) |
| 21. | Một số bài toán tổ hợp xác suất | Trần Văn Đức | TH&TT (2015) (số 462- tr. 10-11) |
| 22. | Mã số và mã vạch | Việt Hải | TH&TT (2016) (số 464- tr. 27-29) |
| 23. | Cần bao nhiêu điểm chia trong trên thước kẻ | Hoàng Đức Tân | TH&TT (2016) (số 474- tr. 28-29) |
| 24. | Một phương pháp giải các bài toán tổ hợp | Vũ Đình Hòa | TH&TT (2017) (số 480- tr. 28) |
| 25. | Nguyên lí bù trừ và một vài ứng dụng | Phạm Thị Thu Hiền | TH&TT (2017) (số 482- tr. 35-41) |
| 26. | Một số phương pháp giải Toán | Nguyễn Văn Mậu | Kỉ yếu Trại hè Hùng Vương (2008) (tr.26-67) |
| 27. | Áp dụng định lí Burnside- Frobenius vào bài toán tô màu trong tổ hợp | Nguyễn Doãn Phú- Nguyễn Thị Ngọc Ánh | Kỉ yếu Trại hè Hùng Vương (2010) (tr.55-66) |
| 28. | Xung quanh định lí Dirichlet về số nguyên tố | Trần Ngọc Thắng | Kỉ yếu Trại hè Hùng Vương (2011) (tr.21-30) |
| 29. | Sử dụng hệ thức truy hồi trong bài toán đếm | Nguyễn Thế Hiệp | Kỉ yếu Trại hè Hùng Vương (2012) (tr.35-54) |
| 30. | Tập hợp trù mật và Ứng dụng | Phạm Hy Hiếu | Kỉ yếu Duyên hải Bắc Bộ (2009) (tr.82-90) |
| 31. | Bất biến trong các bài toán lí thuyết trò chơi | Phạm Minh Phương | Kỉ yếu Duyên hải Bắc Bộ (2010) (tr. 130-134) |
| 32. | Bắt đầu từ những trường hợp nhỏ | Nguyễn Thế Sinh | Kỉ yếu Duyên hải Bắc Bộ (2013) (tr. 2-24) |
| 33. | Một số bài toán về lưới và bảng | Nguyễn Hữu Nhân | Kỉ yếu Duyên hải Bắc Bộ (2013) (tr. 70-88) |

*d) Một số tài nguyên mạng*

| STT | Nội dung | Địa chỉ |
|---|---|---|
| 1 | Phép chứng minh bằng phản chứng | http://www.vnmath.com/2010/01/phep-chung-minh-phan-chung.html |
| 2 | Tài liệu bồi dưỡng HSG | http://www.mediafire.com/file/3lz0kv11uln/www.MATHVN.com Tai+lieu+BDHSG.pdf |
| 3 | Các chủ đề về Toán rời rạc | http://forum.mathscope.org/forumdisplay.php?f=42 |
| 4 | Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp từ cơ bản tới nâng cao | http://www.luyenthithukhoa.vn/tai-lieu/khoi-lop-11/1228-hoan-vi-chinh-hop-to-hop-tu-co-ban-toi-nang-cao |
| 5 | Discrete Structure: What is Discrete math? | https://www.cse.buffalo.edu/~rapaport/191/S09/whatisdiscmath.html |
| 6 | Discrete mathematics with applications | http://www.slader.com/textbook/9780073383095-discrete-mathematics-with-applications-7th-edition/12/ |

### *2.1.3. Một số chủ đề Toán rời rạc có thể thiết kế thành dự án học tập*

#### *2.1.3.1. Đặc điểm những chủ đề Toán rời rạc có thể thiết kế được dự án học tập*

Các DAHT chủ đề TRR phải gắn với những nội dung đảm bảo thực hiện mục tiêu nội dung môn học và chương trình giáo dục THPT Chuyên. Cụ thể:

- Những nội dung có thể thiết kế được DAHT trước hết phải là những nội dung bám sát chương trình.

- Nội dung thực hiện phải trong khả năng và thu hút được sự quan tâm của HS, phát huy được năng lực tự học của HS, tạo điều kiện cho HS phát triển, mở rộng kiến thức.

- Nội dung phải gắn với thực tiễn, HS có điều kiện để tiếp xúc, làm việc với các đối tượng thực tế, có điều kiện tham khảo các nguồn lực cộng đồng, tham khảo các chuyên gia, có điều kiện sử dụng kiến thức đã học vào thực tiễn.

- Nội dung học tập mang tính tích hợp, tính mở, HS có nhiều hướng để khai thác, vận dụng được kiến thức, hình thành được nhiều ý tưởng xung quanh nội dung học tập đó.

- Các nội dung của DAHT phải có nguồn tài liệu phong phú, phù hợp với điều kiện cơ sở vật chất của nơi tổ chức DHTDA.

***2.1.3.2. Đề xuất một số dự án học tập chủ đề Toán rời rạc***

Xác định được những chủ đề TRR có thể thiết kế được DAHT là bước đầu tiên trong việc thiết kế DAHT của GV. Trong mỗi nội dung kiến thức, GV cần xác định được những chuẩn kiến thức, kĩ năng mà HS cần đạt được, HS có thể phát triển, mở rộng nội dung đó để tạo ra sản phẩm nghiên cứu hay không, có thể sử dụng kiến thức đó vận dụng vào thực tiễn như thế nào. Ở trên chúng tôi đã trình bày đặc điểm của những nội dung Toán học có thể thiết kế được thành DAHT. Để thiết kế được DAHT, GV cần dựa trên cơ sở nghiên cứu nội dung TRR trong chương trình chuyên Toán THPT của Bộ Giáo dục, dựa trên tìm kiếm các tài liệu toán học trong sách tham khảo, trong các hội thảo, trên Internet, dựa trên tham khảo ý kiến của chuyên gia, của các GV dạy chuyên Toán để tìm ra những ứng dụng thực tiễn trong TRR hoặc tìm những ý tưởng, gợi ý về sản phẩm nghiên cứu phù hợp với kiến thức và năng lực của HS.

GV có thể điền thông tin vào bảng sau đây hoặc thực hiện xin ý kiến đồng nghiệp để tìm ra những nội dung TRR có khả năng thiết kế được DAHT:

*Bảng 2.1. Bảng GV điền một số chủ đề TRR để tìm nội dung thiết kế DAHT*

| **Đơn vị kiến thức** | **Mục tiêu dạy học** | **Ý tưởng dự án** |
|---|---|---|
| Mệnh đề, tập hợp, ánh xạ | ..... | ..... |
| Các nguyên lí cơ bản của Toán học | ..... | ..... |
| ... | ..... | ..... |

Ý tưởng dự án và sản phẩm của mỗi một kiến thức TRR phụ thuộc vào GV thiết kế DAHT và phụ thuộc vào năng lực của từng đối tượng HS thực hiện dự án. Dưới đây chúng tôi đề xuất một số ý tưởng DAHT có thể khai thác được từ một số chủ đề TRR cho HS chuyên Toán THPT.

*Bảng 2.2. Bảng đề xuất một số ý tưởng thiết kế DAHT chủ đề TRR*

| **Đơn vị kiến thức** | **Mục tiêu dạy học** | **Ý tưởng dự án** |
|---|---|---|
| Mệnh đề, tập hợp, ánh xạ | - HS nắm được mệnh đề và các phép toán, chân trị của mệnh đề, dạy cách phân tích cấu trúc logic | Dự án "Suy luận tìm người giấu mặt của thám tử có hợp lí hay không?" (Mệnh đề). |

| Đơn vị kiến thức | Mục tiêu dạy học | Ý tưởng dự án |
|---|---|---|
| | của một vấn đề.<br>- HS thành thạo các phép toán trên tập hợp. | Dự án "Xây dựng hai tập hợp và thiết lập sự tương ứng 1-1 trên hai tập đó" (Ánh xạ). |
| Các nguyên lí cơ bản của Toán học | -Dạy cách suy luận toán học và những kĩ thuật chứng minh, lập luận cho HS.<br>-Hình thành, củng cố và phát triển tư duy logic cho HS. | Dự án "Xây dựng số phương án lựa chọn học sinh đi tập đồng diễn của trường" (Nguyên lí cộng, nguyên lí nhân). |
| | | Dự án "Bài toán tô màu vận dụng nguyên lí Dirichlet" (Nguyên lí phản chứng, nguyên lí Dirichlet). |
| | | Dự án "Tìm chiến lược để Nam kết thúc trò chơi với chiến thắng" (Nguyên lí cực hạn). |
| Đại số tổ hợp | -Vận dụng linh hoạt kiến thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp (lặp và không lặp), nhị thức Newton.<br>- Ứng dụng của các PP đếm nâng cao trong Đại số tổ hợp. | Dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao" |
| Xác suất, thống kê | - Thống kê: các khái niệm, HS phân tích được một số thông tin về số liệu và điều tra được mẫu của thông tin đó.<br>- Xác suất: xác định được phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu, xác xuất theo nghĩa cổ điển và các quy tắc tính xác suất, lập bảng phân bố xác suất và tính được các đại lượng liên quan. | - Dự án: "Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang" (Dự án nhằm thống kê số HS đã và đang học ở trường THPT Chuyên Bắc Giang trong 3 năm gần đây và tính tỷ lệ theo từng huyện. Thống kê tỷ lệ HS đạt giải quốc gia, điều tra những HS có hoàn cảnh khó khăn và số HS trong đó được vào thẳng đại học. Vẽ biểu đồ và xử lí thông tin, số liệu, xác suất theo các mục đích khác nhau...). |
| Hình học tổ hợp | -HS được trang bị các khái niệm và một số tính chất đơn giản của hình lồi, cắt hình, bài toán phân chia mặt phẳng, lưới điểm trên mặt phẳng và ứng dụng, bài toán phủ.<br>- Củng cố tư duy logic cho HS. | -Dự án: "Làm thế nào để tiết kiệm chi phí xây dựng nhất?" (Dự án sử dụng kiến thức về bao lồi để tìm đường viền có độ dài nhỏ nhất xung quanh tập hợp một số vật thể trên thực tế. HS cần tạo tạo sản phẩm và giải thích quy trình tìm đường viền đó (đòi hỏi HS phải tự nghiên cứu sâu về thuật toán bọc gói Javis march, thuật toán Graham,...). |

| Đơn vị kiến thức | Mục tiêu dạy học | Ý tưởng dự án |
|---|---|---|
| | | -Dự án: "Sử dụng bảng trong một số bài Toán rời rạc". |
| Lí thuyết đồ thị | -HS nắm được lịch sử hình thành và một số kiến thức của LTĐT, các yếu tố cơ bản của đồ thị vô hướng, một số loại đồ thị đơn vô hướng, đồ thị có hướng, bài toán tô màu.<br>- HS phát hiện ra các mối tương quan qua lại của các đại lượng toán học theo nghĩa tổng thể mà không phụ thuộc vào bản chất các đại lượng được tham gia. | -Dự án: "Vận dụng LTĐT vào một số tình huống thực tiễn" (vận dụng LTĐT để thiết kế, mô hình hóa bằng đồ thị và giải quyết một số bài toán thực tế).<br>-Dự án: "Khám phá khoảng cách Taxicab". |

## 2.2. Thiết kế dự án học tập

### *2.2.1. Quy trình thiết kế dự án học tập*

#### *2.2.1.1. Đề xuất quy trình thiết kế DAHT*

Chúng tôi xin đề xuất quy trình thiết kế DAHT giúp GV sau khi đã nghiên cứu chủ đề TRR và lựa chọn được nội dung để thiết kế DAHT có thể thực hiện thiết kế DAHT. Quy trình gồm 4 bước:

Bước 1: Xác định chủ đề, xác định mục tiêu, thành viên thực hiện và dự kiến sản phẩm của DAHT

Bước 2: Thiết kế tài liệu tham khảo

Bước 3: Xây dựng bộ câu hỏi định hướng

Bước 4: Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS

#### *2.2.1.2. Phân tích quy trình*

*a) Xác định chủ đề, xác định mục tiêu và dự kiến sản phẩm của DAHT*

Trong giai đoạn này, GV cần trao đổi với HS để có thể thống nhất lựa chọn được chủ đề của DAHT, xác định rõ mục tiêu của dự án và xác định sản phẩm sau DAHT. Các hoạt động của GV và HS trong giai đoạn này được thể hiện:

- *Lựa chọn chủ đề của DAHT:*

Căn cứ vào nội dung chương trình, GV cần xác định các nội dung kiến thức có thể thiết kế được thành DAHT gắn với thực tiễn. GV có thể đặt câu hỏi trực tiếp với HS để khai thác những chủ đề mà các em quan tâm hoặc nêu ra một danh sách ý tưởng dự án liên quan đến các nội dung cần nghiên cứu. HS thảo luận và GV sẽ quyết định

chọn chủ đề được đa số các em quan tâm. GV cần xác định lại nội dung dự án đươc có phù hợp với nội dung môn học và phù hợp với năng lực của HS hay không; liệu tất cả HS đều có thể tham gia dự án được không; các điều kiện thực tiễn có cho phép thực hiện dự án và có đảm bảo tiến độ về thời gian hay không,...

Để có thể thiết kế được DAHT, GV cần xác định những kiến thức mà HS sẽ phải sử dụng trong quá trình thực hiện, những kiến thức cần phải trang bị thêm cho HS để dẫn HS đến những nội dung cần giải quyết trong dự án. GV cũng cần lường trước những sai lầm mà HS có thể mắc phải trong khi thực hiện dự án...

- *Xác định mục tiêu và dự kiến sản phẩm của dự án*: GV cần xác định rõ những kiến thức, kĩ năng mà HS hình thành được sau khi thực hiện DAHT. GV cũng cần phải dự kiến những yêu cầu về sản phẩm HS thiết kế sau dự án (chú ý do đặc thù môn Toán nên những khai thác, mở rộng về kiến thức mà HS nghiên cứu cũng được coi là sản phẩm của dự án).

*b) Dự kiến nguồn tài liệu tham khảo*

Nguồn tài liệu tham khảo chúng tôi cung cấp cho HS thực hiện DAHT về các chủ đề TRR được đề xuất trong mục 2.1.2.3., ngoài ra GV khuyến khích HS tìm thêm các tài liệu phù hợp với nội dung của dự án, có nguồn trích dẫn đầy đủ, chính xác. Khi đã kiểm tra tính khoa học của tài liệu tham khảo HS đề xuất, GV có thể bổ sung vào nguồn tư liệu chung, phục vụ cho việc giảng dạy và học tập các chủ đề TRR.

*c) Xây dựng bộ câu hỏi định hướng*

Bộ câu hỏi định hướng sẽ hỗ trợ HS vận dụng các kĩ năng tư duy bậc cao, hiểu được bản chất vấn đề và hình thành được hệ thống kiến thức. Bộ câu hỏi định hướng bài dạy bao gồm các câu hỏi khái quát, câu hỏi bài học và câu hỏi nội dung. Câu hỏi khái quát và câu hỏi bài học đưa ra lí do căn bản của việc học, khuyến khích tìm hiểu, thảo luận và nghiên cứu. Câu hỏi khái quát giới thiệu bao quát, đầy đủ những ý tưởng xuyên suốt dự án. Chúng thường là những câu hỏi về thực tế, có thể đưa ra nhiều câu trả lời và thu hút được sự quan tâm của HS. Câu hỏi bài học đưa ra những vấn đề hoặc kích thích thảo luận nhằm hỗ trợ cho câu hỏi khái quát. Câu hỏi bài học thường có đáp án mở, lôi cuốn HS khám phá, giải quyết những ý tưởng, nhiệm vụ cụ thể đối với từng chủ đề, từng bài học hoặc môn học. Câu hỏi nội dung nhấn mạnh vào các chi tiết, giúp HS tập trung vào những vấn đề cụ thể cần giải quyết và thường có câu trả lời rõ ràng, đòi hỏi cả các yêu cầu về kiến thức và kĩ năng để trả lời [7].

*d) Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS*

GV cần dự kiến được thời gian HS thực hiện DAHT, các nhiệm vụ HS cần phân chia trong nhóm, thời gian và địa điểm thảo luận của mỗi nhóm và dự kiến những kết quả HS sẽ thu được trong mỗi giai đoạn thực hiện dự án. Bên cạnh đó GV cũng cần dự kiến những khó khăn mà HS có thể gặp phải để chuẩn bị các phương án hỗ trợ kịp thời, khích lệ HS vượt qua chướng ngại.

GV thiết kế mẫu phiếu thảo luận nhóm (bảng 2.3., tr.76), bảng kế hoạch thực hiện dự án (bảng 2.5., tr. 79).

GV thiết kế dự án cần viết sơ lược DAHT trong đó có các kế hoạch tổ chức thực hiện DAHT thành một giáo án. Có thể thực hiện sinh hoạt chuyên môn để xin ý kiến đồng nghiệp, giúp GV thiết kế DAHT có đánh giá chính xác về tính khả thi và mức độ thực hiện của HS đối với dự án đã thiết kế trong từng giai đoạn.

*Dự kiến đánh giá quá trình thực hiện dự án và sản phẩm của HS*

- GV cần chuẩn bị các câu hỏi liên quan đến nội dung dự án để kiểm tra kiến thức của HS trong buổi trình bày sản phẩm.

- Thiết kế các phương án và tiêu chí đánh giá: phiếu tự đánh giá sau quá trình thực hiện dự án (bảng 2.6., tr.82), đánh giá mục tiêu dự án của nhóm (bảng P1., tr.P7), đánh giá lập kế hoạch thực hiện dự án của nhóm (bảng P2., tr. P7), đánh giá việc thực hiện dự án theo kế hoạch (bảng P3., tr. P8), đánh giá nội dung và sản phẩm của DAHT (bảng P4., tr. P9), bảng đánh giá thuyết trình sản phẩm (bảng P5., tr.P10), phiếu đánh giá của mỗi cá nhân trong nhóm (bảng 2.4., tr 77).

- GV chuẩn bị đề kiểm tra để một lần nữa kiểm tra năng lực tự học, kiến thức mà mỗi cá nhân thu được sau khi thực hiện dự án.

### *2.2.2. Thiết kế một số dự án học tập chủ đề Toán rời rạc*

Dựa trên cơ sở nghiên cứu các chủ đề TRR trong chương trình THPT chuyên Toán, các tài liệu tham khảo đã tổng hợp, dựa trên tham khảo ý kiến của một số GV dạy chuyên Toán, chúng tôi tiến hành thiết kế những DAHT sau:

Dự án 1: Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao

Dự án 2: Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang

Dự án 3: Sử dụng bảng trong một số bài Toán rời rạc

Dự án 4: Đề xuất một số vận dụng của LTĐT vào thực tiễn

Dự án 5: Khám phá khoảng cách Taxicab.

***2.2.2.1. Dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao"***

***a) Lí do thiết kế DAHT:*** Phép đếm trong Giải tích tổ hợp đóng một vai trò khá quan trọng trong Tin học và Toán ứng dụng. Bên cạnh đó phép đếm cũng là cơ sở của các ngành như lý thuyết Xác suất cổ điển, di truyền học, cấu trúc phân tử,... Tuy các bài toán đếm đều bắt nguồn từ hai quy tắc đếm cơ bản nhưng giải quyết các bài toán đếm trong nhiều trường hợp thực tế rất phức tạp mà việc áp dụng trực tiếp các quy tắc đếm cơ bản không thể giải quyết được. Như vậy HS chuyên Toán cần được trang bị thêm các PP đếm nâng cao hơn, đáp ứng nhu cầu giải quyết được các bài toán thực tiễn.

Ở chương trình dành cho HS THPT Chuyên có phần nâng cao về các quy tắc đếm, tuy nhiên nội dung cũng chỉ được trình bày ở mức giới thiệu PP và một số ví dụ minh họa (bao gồm lý thuyết, ví dụ minh họa và bài tập) [32], chưa đáp ứng được với vị trí và tầm quan trọng của nội dung này trong chương trình chuyên Toán THPT. Bên cạnh đó, số tiết dạy chuyên đề TRR ở mỗi trường THPT Chuyên là khác nhau trong khi quy định chung phân phối chương trình cho các lớp chuyên toán là 6 tiết/ tuần. Do vậy việc tổ chức học nội dung này theo PP DHTDA là cần thiết để linh hoạt phù hợp với từng đối tượng HS và mục tiêu kiến thức của mỗi trường đã xây dựng trong kế hoạch.

***b) Tên DAHT:*** "*Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao*".

***Thời gian thực hiện*:** 3 tuần (có 6 tiết thảo luận và báo cáo sản phẩm trên lớp).

***Mục tiêu cần đạt được sau dự án:***

+ *Kiến thức:* Củng cố kiến thức về quy tắc cộng, quy tắc nhân, hoán vị $(P_n)$, chỉnh hợp $(A_n^k)$ và tổ hợp $(C_n^k)$; các nguyên tắc của PP đếm nhờ ánh xạ, đếm nhờ truy hồi và đếm theo PP hàm sinh; các kiến thức hỗ trợ như ánh xạ, công thức số hạng tổng quát của dãy truy hồi, khai triển nhị thức Newton, phân tách các hàm phân thức hữu tỷ,...

+ *Kĩ năng, tư duy:*

Vận dụng linh hoạt các nguyên tắc của PP đếm nhờ ánh xạ, đếm nhờ truy hồi và đếm theo PP hàm sinh để thực hành, trước hết để giải quyết các bài toán đếm thực tế từ đơn giản đến vận dụng cao; sau đó tìm hoặc tự xây dựng các tình huống thực tiễn cần vận dụng PP đếm nâng cao. Trong mỗi tình huống cần phân tích rõ PP đếm nâng cao nào được lựa chọn và lí do tại sao lại chọn PP đếm nâng cao đó.

HS được tập dượt nghiên cứu khoa học: cách xây dựng DAHT, lập kế hoạch, kĩ năng thu thập và xử lí thông tin, phân tích, tổng hợp và viết báo cáo; kĩ năng sử

dụng công nghệ thông tin, từ đó nâng cao được năng lực năng lực tự học, năng lực hợp tác, nâng cao khả năng vận dụng Toán học vào thực tiễn của HS.

HS rèn luyện được tư duy hàm, tư duy thuận nghịch, rèn luyện cách nhìn nhận sự vật, hiện tượng qua các mối tương quan với sự vật hiện tượng khác, thể hiện rõ qua đếm bằng ánh xạ và bằng truy hồi.

HS được rèn luyện kĩ năng sử dụng công nghệ như thiết kế slide trình chiếu trong powerpoint, tạo hình ảnh, các thao tác sử dụng máy vi tính,...

+ *Thái độ:* Có thái độ tích cực trong học tập, nâng cao khả năng tự học; có trách nhiệm trong công việc, chia sẻ, giúp đỡ các thành viên khác; trung thực, khách quan trong tự đánh giá quá trình làm việc của nhóm, của bản thân, đánh giá sản phẩm trong nhóm hợp tác của mình và các nhóm khác.

***Yêu cầu sản phẩm*:** HS đưa ra sản phẩm đóng quyển trong đó xây dựng được hệ thống bài toán gắn với tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao. HS phân dạng được các tình huống thực tiễn riêng theo từng PP đếm và tạo các slide để trình chiếu, báo cáo.

***c)Thiết kế tài liệu tham khảo***

+ Nội dung bài học trong SGK và các sách tham khảo

+ Các nguồn tài liệu tham khảo: *Tạp chí Toán học và tuổi trẻ, Tuyển tập các đề thi chọn học sinh giỏi Toán toàn quốc, Thi vô địch Toán quốc tế* [8]*, Phép đếm- các vấn đề cơ bản và nâng cao* [13], [14], *Lí thuyết tổ hợp và bài tập ứng dụng* [19], Toán rời rạc [20], *Chuyên đề chọn lọc tổ hợp và TRR* [26], *Combinatorics and Graph Theory* [53], *Combinatorics and Graph Theory* [63], *Applied Combinatorial Mathematics* [76], *How to count* [79], *A survey of recursive combinatorics* [89], ...

+ Các trang web: *dethi.violet, diendantoanhoc.net, math.vn, mathscope, mathlink, art of problem solving,...*

***d)Xây dựng bộ câu hỏi định hướng:***

*Câu hỏi khái quát:* Chúng ta đã biết các PP đếm cơ bản được trang bị chưa là công cụ đủ mạnh để có thể giải quyết được nhiều bài toán đếm phức tạp có ứng dụng thực tiễn. Như vậy việc xây dựng các PP đếm nâng cao hơn có cần thiết hay không?

*Câu hỏi bài học*: Phân tích các tình huống và giải thích tại sao lựa chọn PP đếm nâng cao đó?

*Câu hỏi nội dung*:

+ Các nguyên lí cơ bản của phép đếm (nguyên lí cộng, nguyên lí bù trừ, nguyên lí thêm bớt, nguyên lí nhân), các đối tượng tổ hợp và các số tổ hợp (hoán vị, hoán vị lặp, tổ hợp, tổ hợp lặp, chỉnh hợp, chỉnh hợp lặp) được trình bày trong nội dung các bài học trước như thế nào?

+ PP đếm nâng cao và những kiến thức liên quan nào đã được nhóm lựa chọn khai thác trong dự án? Các PP đếm nâng cao trên đã được mở rộng và khai thác như thế nào?

+ Hệ thống các bài toán có ứng dụng thực tiễn vận dụng PP đếm nâng cao trên sẽ được thiết lập theo quy trình như thế nào?

***e) Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS***

| STT | Công việc | Thời gian | Yêu cầu sản phẩm |
|---|---|---|---|
| **1** | -Nghiên cứu và giải quyết các câu hỏi trong phiếu bài tập của GV<br>-Cùng GV giải đáp phiếu bài tập để xây dựng DAHT | -1 tiết GV trao đổi với HS trên lớp.<br>-2 tiết giải đáp phiếu bài tập | |
| **2** | Nghiên cứu về ba PP đếm nâng cao: Định nghĩa, tính chất, đặc trưng PP, mở rộng PP | -Các nhóm chủ động bố trí thời gian, bao gồm cả thảo luận trong 3 tuần.<br>-GV dành 3 tiết cho các nhóm báo cáo trên lớp. | Viết thành chuyên đề:<br>-Trình bày hệ thống về PP đếm bằng ánh xạ, đếm nhờ truy hồi và PP hàm sinh<br>- Hệ thống tình huống thực tế vận dụng PP đếm nâng cao |
| **3** | Xây dựng hệ thống ví dụ thực tiễn vận dụng từng PP | | |
| **4** | Xây dựng các nội dung báo cáo:<br>-Chuẩn bị bài thuyết trình, cử đại diện báo cáo<br>-Dự kiến trả lời các tình huống được hỏi trong buổi báo cáo | | |
| **5** | Thuyết trình, báo cáo và đánh giá DAHT | Mỗi nhóm 30 phút báo cáo trên lớp | - Các slide trình chiếu, các câu hỏi và trả lời liên quan đến nội dung chuyên đề.<br>- Đánh giá kết quả của DAHT |
| **6** | Khai thác dự án | | Trình bày về hướng phát triển của dự án, đề xuất những vấn đề, giả thuyết mới. Có thể tổng hợp các dự án một cách hệ thống để viết chuyên đề phục vụ học tập |

***2.2.2.2. Dự án "Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang"***

***a) Lí do thiết kế DAHT:*** Xác suất, thống kê là những nội dung quan trọng trong chương trình Toán THPT và có nhiều ứng dụng thực tiễn. Thống kê là khoa học về các PP thu thập, tổ chức, trình bày, phân tích và xử lí số liệu, còn lý thuyết xác suất đóng vai trò

quan trọng, được ứng dụng trong rất nhiều lĩnh vực không chỉ của khoa học tự nhiên, mà còn cả trong khoa học xã hội, công nghệ, kinh tế, y học, sinh học,... Khi học nội dung thống kê (Đại số 10) và xác suất (Đại số và Giải tích 11), HS cần nắm vững các khái niệm cơ bản, biết trình bày một mẫu số liệu, tính toán các số đặc trưng của mẫu số liệu, tính xác suất,... Dự án điều tra HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang với mục đích HS điều tra, thống kê số HS đã và đang học ở trường THPT Chuyên Bắc Giang trong 3 năm gần đây và tính tỷ lệ theo từng huyện, thống kê tỷ lệ HS đạt giải quốc gia, điều tra những HS có hoàn cảnh khó khăn và số HS trong đó được vào thẳng đại học, điểm thi đại học của HS trong trường theo từng huyện,... HS cần vẽ được các biểu đồ và xử lí thông tin, số liệu, xác suất theo các mục đích khác nhau...

***b) Tên DAHT:*** "*Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang*".

***Thời gian thực hiện*:** 2 tuần (trong đó có 1 tiết triển khai DAHT, 2 tiết thảo luận trên lớp và 2 tiết báo cáo sản phẩm).

***Mục tiêu cần đạt được sau dự án:***

+ *Kiến thức:* HS được củng cố, thực hành vận dụng kiến thức về thống kê, xác suất.

+*Kĩ năng, tư duy:* Được rèn luyện kĩ năng lập kế hoạch, điều tra, phân tích, tổng hợp. Nâng cao năng lực hợp tác làm việc và khả năng tự học thông qua khai thác và xử lí thông tin để tạo sản phẩm sau dự án.

+ *Thái độ:* Có thái độ tích cực trong học tập, có ý thức tự học; có trách nhiệm trong công việc, chia sẻ, giúp đỡ các thành viên khác.

***Yêu cầu sản phẩm*:** HS đưa ra sản phẩm đóng quyển trong đó có các số liệu điều tra theo yêu cầu về HS trường THPT Chuyên Bắc Giang hiện nay theo tiêu chí đã nêu trên, các số đặc trưng, các biểu đồ phân tích số liệu,các nhận xét, đánh giá,…

***c)Thiết kế tài liệu tham khảo***

+ Nội dung bài học trong SGK Đại số 10, Đại số và Giải tích 11, Tài liệu chuyên Toán Đại số và Giải tích 11,...

+ Các trang web: *dethi.violet, diendantoanhoc.net, math.vn, mathscope, mathlink, art of problem solving,...*

***d) Xây dựng bộ câu hỏi định hướng:***

*Câu hỏi khái quát:* Tìm hiểu tỷ lệ HS của các huyện trong tỉnh, về thành tích học tập và một số đặc điểm khác của HS trường THPT Chuyên Bắc Giang.

*Câu hỏi bài học*: Tỷ lệ HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang theo các huyện, những HS có hoàn cảnh khó khăn, tỷ lệ HS đạt giải quốc gia, HS vào thẳng đại học,... thể hiện như thế nào?

*Câu hỏi nội dung* :

+ Lập bảng dữ liệu thống kê HS hiện đang học ở trường THPT Chuyên Bắc Giang theo danh sách 10 huyện thị trong cả tỉnh, hãy vẽ biểu đồ, tính tỷ lệ và có nhận xét gì về tỷ lệ đó?

+ Số HS có hoàn cảnh khó khăn thuộc từng huyện đang học tại trường? Số bạn trong đó được giải quốc gia, số HS được giải kì thi chọn HSG duyên hải Bắc Bộ, số HS được giải trong trại hè Hùng Vương? Các tỷ lệ đó thể hiện điều gì?

+ Điều tra kinh phí mà phụ huynh ở các huyện chu cấp cho con hàng tháng do phải sống xa gia đình, hãy tính giá trị trung bình, phương sai? Đánh giá tỷ lệ với học bổng và quỹ hỗ trợ tài năng mà HS nhận được.

***e) Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS***

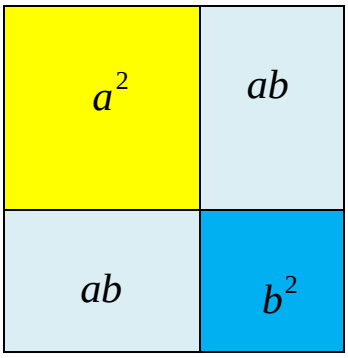
| STT | Công việc | Thời gian | Yêu cầu sản phẩm |
|---|---|---|---|
| **1** | Chia các nhóm điều tra (có thể chia 5 nhóm, mỗi nhóm điều tra 2 huyện) | | |
| **2** | Điều tra số HS theo từng huyện, theo từng khối chuyên (dùng trang web của trường), tính tỷ lệ số HS theo huyện, vẽ biểu đồ, rút ra nhận xét | -Các nhóm chủ động bố trí thời gian, bao gồm cả thảo luận và xây dựng sản phẩm trong 2 tuần.<br>-GV dành 2 tiết cho các nhóm báo cáo trên lớp. | -Trình bày các slide vẽ biểu đồ, các số đặc trưng của mẫu số liệu theo các tiêu chí điều tra.<br>- Trình bày các nhận xét, đánh giá rút ra được thông qua số liệu điều tra về thực trạng của HS theo các huyện.<br>-Trình chiếu phỏng vấn HS (nếu có) |
| **3** | Điều tra thành tích qua một số kì thi của HS (trên web trường), vẽ biểu đồ | | |
| **4** | Thực hiện phỏng vấn GV chủ nhiệm để thống kê số HS có hoàn cảnh khó khăn theo địa bàn huyện | | |
| **5** | Xây dựng phiếu điều tra trực tiếp xác định kinh phí phụ huynh cung cấp cho HS, số học bổng HS nhận được. | | |
| **6** | Xây dựng các nội dung báo:<br>-Chuẩn bị, cử đại diện thuyết trình<br>-Dự kiến trả lời các tình huống được hỏi trong báo cáo | | |
| **7** | Thuyết trình, báo cáo và đánh giá DAHT | Mỗi nhóm 20 phút báo cáo trên lớp | Các slide trình chiếu, các câu hỏi, tình huống trả lời liên quan đến sản phẩm |
| **8** | Khai thác dự án | | Có thể đề xuất dự án mới, ví dụ tìm hiểu tỉ lệ và chất lượng thi HSG, thi đại học của HS ở vùng khó khăn tham gia theo học tại trường trong 10 năm gần đây, từ đó đánh giá được khả năng thu hút HSG của trường,...Phân tích các nguyên nhân, thực trạng,... |

***2.2.2.3. Dự án "Sử dụng bảng trong một số bài Toán rời rạc"***

***a) Lí do thiết kế DAHT:*** Trong các bài toán tổ hợp, xác xuất, PP sử dụng bảng để minh họa là một PP trực quan và có hiệu quả cao. Thực tế trong chương trình Toán THPT, HS đã được biết đến bảng như tam giác Pascal minh họa các hệ số của khai triển nhị thức Newton:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | | | | | | | | |
| 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | | | | | | | | |
| 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | | | | | | | | |
| 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 | | | | | | | |
| 1 | 9 | 36 | 84 | 126 | 126 | 84 | 36 | 9 | 1 | | | | | | |
| 1 | 10 | 45 | 120 | 210 | 252 | 210 | 120 | 45 | 10 | 1 | | | | | |
| 1 | 11 | 55 | 165 | 330 | 462 | 462 | 330 | 165 | 55 | 11 | 1 | | | | |
| 1 | 12 | 66 | 220 | 495 | 792 | 924 | 792 | 495 | 220 | 66 | 12 | 1 | | | |
| 1 | 13 | 78 | 286 | 715 | 1287 | 1716 | 1716 | 1287 | 715 | 286 | 78 | 13 | 1 | | |
| 1 | 14 | 91 | 364 | 1001 | 2002 | 3003 | 3432 | 3003 | 2002 | 1001 | 364 | 91 | 14 | 1 | |
| 1 | 15 | 105 | 455 | 1365 | 3003 | 5005 | 6435 | 6435 | 5005 | 3003 | 1365 | 455 | 105 | 15 | 1 |

hay bảng minh họa đẳng thức $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$




Do đó chúng tôi thiết kế DAHT về PP sử dụng bảng trong một số bài TRR. HS trong quá trình tìm tòi để có thể giải quyết một số bài TRR bằng PP bảng sẽ được rèn luyện tư duy sáng tạo và nâng cao năng lực giải quyết vấn đề. Ngoài ra HS còn được rèn luyện các hoạt động phân tích, khái quát hóa trong quá trình thực hiện dự án. PP sử dụng bảng là một PP khó nên cần sự hợp tác làm việc và khả năng tự học cao của HS trong các nhóm dự án. Đây là dự án nhỏ và được GV thiết kế, yêu cầu HS thực hiện trong 1 tuần.

***b) Tên DAHT:*** "*Sử dụng bảng trong một số bài Toán rời rạc*".

***Thời gian thực hiện*:** 1 tuần (có 3 tiết hoạt động của HS và GV để xây dựng, thực hiện dự án và 3 tiết báo cáo sản phẩm trên lớp).

***Mục tiêu cần đạt được sau dự án:***

HS rèn luyện được các hoạt động phân tích, khái quát, nâng cao được tư duy sáng tạo trong quá trình khai thác các bài TRR.

Sau khi HS thực hiện dự án cần hình thành được một số kĩ năng: lập kế hoạch, kĩ năng thu thập và xử lí thông tin. Ngoài ra HS được nâng cao tư duy sáng tạo, năng lực hợp tác, năng lực tự học thông qua học theo dự án.

***Yêu cầu sản phẩm*:** HS đưa ra sản phẩm đóng quyển và trình chiếu trong đó xây dựng được hệ thống các bài TRR (khuyến khích gắn với các tình huống thực tiễn) và sử dụng bảng để giải quyết. Trong sản phẩm, HS cần phân tích được lí do sử dụng bảng để giải các bài TRR đó.

***c)Thiết kế tài liệu tham khảo:***

+*Tạp chí Toán học và tuổi trẻ, Tuyển tập các đề thi chọn học sinh giỏi Toán toàn quốc, Thi vô địch Toán quốc tế* [8], *Lí thuyết tổ hợp và bài tập ứng dụng* [19], Toán rời rạc [20], *Chuyên đề chọn lọc tổ hợp và Toán rời rạc* [26], *Combinatorics and Graph Theory* [63], *Applied Combinatorial Mathematics* [76], *A survey of recursive combinatorics* [89], ...

+ Các trang web: *dethi.violet, diendantoanhoc.net, math.vn, mathscope, mathlink, art of problem solving,...*

***d) Xây dựng bộ câu hỏi định hướng:***

*Câu hỏi khái quát:* Chúng ta đã biết các bài TRR thường có nhiều cách tiếp cận và giải quyết khác nhau, trong đó có PP dùng bảng. Vai trò của PP này đối với một số chủ đề của TRR được thể hiện như thế nào?

*Câu hỏi bài học*: Những vận dụng của PP dùng bảng trong một số bài TRR?

*Câu hỏi nội dung* :

+ Thông qua các ví dụ mà GV xây dựng, các em nhận thấy PP dùng bảng đã được áp dụng để giải quyết những chủ đề nào của TRR? (bài toán đếm trong tổ hợp, vận dụng bảng để dự đoán xác suất, quy nạp toán học,...)

+ Sưu tầm, xây dựng các bài toán, tình huống thực tiễn và sử dụng bảng để giải quyết. Các bài toán đó được phát triển từ những bài toán nào mà GV đã cung cấp trước khi thực hiện dự án?

***e) Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS***

| STT | Công việc | Thời gian | Yêu cầu sản phẩm |
|---|---|---|---|
| **1** | Cùng GV tìm hiểu, khai thác một số ví dụ mẫu về PP dùng bảng giải quyết bài TRR. Xây dựng DAHT. | 2 tiết trên lớp | |
| **2** | Nghiên cứu tài liệu tham khảo tìm thêm các ví dụ vận dụng | -Các nhóm chủ động bố trí thời gian, bao gồm cả thảo luận trong 1 tuần (có 1 tiết GV kiểm tra việc thực hiện dự án. | -Trình bày hệ thống các bài TRR, các tình huống thực tiễn sử dụng bảng để để giải quyết. |
| **3** | -Sưu tầm, xây dựng bài toán thực tiễn vận dụng PP dùng bảng<br>-Phân tích cách thức vận dụng | | |
| **4** | Soạn thảo sản phẩm, thiết kế các slide trình chiếu | | |
| **5** | Thuyết trình, báo cáo sản phẩm | 2 tiết cho các nhóm báo cáo. | Các slide trình chiếu về nội dung của sản phẩm |
| **6** | Khai thác dự án | | Phân tích điểm tương đồng giữa một lớp các bài toán trong việc thiết kế bảng để giải quyết Không chỉ dùng bảng mà có thể đề xuất xây dựng các mô hình khác để giải quyết vấn đề |

***2.2.2.4. Dự án "Đề xuất một số vận dụng của LTĐT vào thực tiễn"***

***a) Lí do chọn nội dung LTĐT để thiết kế DAHT***

LTĐT đã được phát triển từ rất lâu và mang lại nhiều ứng dụng hiện đại. Hiện nay LTĐT là một phần rất quan trọng của Toán học với nhiều ứng dụng trong công nghệ, máy tính, khoa học. LTĐT là một nội dung thuộc TRR trong chương trình dành cho HS chuyên Toán. Mục tiêu khi dạy nội dung này là trang bị các khái niệm cơ bản về LTĐT, HS biết được lịch sử hình thành, sự phát triển của LTĐT và ba bài toán mở hiện nay. Để dạy nội dung LTĐT cho HS, chúng tôi chọn thiết kế DAHT *"Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn"*. Để thực hiện dự án, HS cần sưu tầm, xây dựng một số bài toán thực tế, sau đó phân tích, mô hình hóa, đưa tình huống về bài toán LTĐT để giải.

Triển khai nội dung LTĐT dưới dạng DAHT trước hết sẽ tạo quỹ thời gian nhiều hơn so với thời gian chính khóa trên lớp, bên cạnh đó HS hoàn toàn chủ động trong tìm hiểu, nghiên cứu sâu những nội dung mình quan tâm. Hơn nữa đây là nội dung

tương đối khó nên việc thực hiện DAHT giúp HS có thể thực hiện những nhiệm vụ trong dự án với độ phức tạp khác nhau phù hợp với năng lực của mình.

***b) Tên DAHT:*** *"Đề xuất một số vận dụng của LTĐT vào thực tiễn".*

***Thời gian thực hiện*:** 2 tuần (trong đó có 6 tiết thiết kế DAHT và báo cáo sản phẩm).

***Mục tiêu cần đạt được sau dự án:***

+ *Kiến thức:* Nắm được các kiến thức cơ bản về LTĐT theo yêu cầu trong chương trình chuyên Toán THPT

+*Kĩ năng, tư duy:* LTĐT được dùng để đơn giản hóa bài toán một cách tối đa. Bản chất của Graph nhằm biểu diễn tương quan qua lại của hai hay nhiều đối tượng khác nhau theo nghĩa tổng thể mà không phụ thuộc vào bản chất của các đại lượng được tham gia. Như vậy mục đích khi tổ chức dự án nội dung LTĐT là giúp HS rèn luyện được *năng lực mô hình hóa toán học,* biết vận dụng kiến thức để mô hình hóa và giải quyết các tình huống thực tiễn.

Hình thành được một số kĩ năng: lập kế hoạch, giao tiếp, tìm kiếm và xử lí thông tin, tổng hợp và báo cáo, từ đó nâng cao năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS.

***Yêu cầu sản phẩm*:** Xây dựng và mô hình hóa được một số tình huống thực tiễn, dùng LTĐT để giải quyết bài toán. HS xây dựng được sản phẩm sau dự án: trình bày một số kiến thức cơ bản về LTĐT, các ứng dụng của LTĐT, hệ thống bài tập thực tế vận dụng khái niệm LTĐT, trong đó có phân tích đặc điểm nội dung cho thấy nên dùng LTĐT để giải quyết; thiết kế các slide trình chiếu, chuẩn bị hệ thống câu hỏi và các đáp án liên quan đến nội dung dự án; trình bày về hướng mở rộng của dự án (nếu có).

***c)Thiết kế tài liệu tham khảo***

+ Nội dung bài học trong SGK và các sách tham khảo

+ Các nguồn tài liệu tham khảo: *Tạp chí Toán học và tuổi trẻ, Tuyển tập các đề thi chọn học sinh giỏi Toán toàn quốc, Một số cơ sở về Graph hữu hạn* [18], *Lí thuyết tổ hợp và bài tập ứng dụng* [19], Toán rời rạc [20], *Graph Theory with applications* [50], *Combinatorics and Graph Theory* [53], *Combinatorics and Graph Theory* [63], *Four Colors Suffice* [81], *A survey of recursive combinatorics* [89], ...

+ Các trang web: *dethi.violet, diendantoanhoc.net, math.vn, mathscope, mathlink, art of problem solving,...*

+ Sổ theo dõi dự án.

***d) Xây dựng bộ câu hỏi định hướng***

*Câu hỏi khái quát:* Vai trò của LTĐT trong mô hình hóa và giải quyết các bài toán thực tiễn thể hiện như thế nào?

*Câu hỏi bài học*: Những tình huống thực tiễn với đặc điểm chung nào giúp em nhận thấy nên dùng LTĐT để giải quyết?

*Câu hỏi nội dung*:

+ Các bài toán thực tế nào đã được GV đưa ra để hình thành khái niệm LTĐT?

+ Các kiến thức nào em đã biết về LTĐT?

+ Quy trình để mô hình hóa một bài toán thực tiễn và giải bằng LTĐT như thế nào?

+ Những tình huống như thế nào có thể mô hình hóa và giải quyết bằng đồ thị?

***e) Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS***

| STT | Công việc | Thời gian | Yêu cầu sản phẩm |
|---|---|---|---|
| **1** | Cùng GV thực hiện một số hoạt động trên lớp để tổng hợp lại các kiến thức LTĐT đã được trang bị | 2 tiết trên lớp | |
| **2** | Phân tích các ví dụ thực tế GV đã mô hình hóa bằng đồ thị trên lớp | -Các nhóm chủ động bố trí thời gian, bao gồm cả thảo luận và xây dựng sản phẩm trong 2 tuần.<br>-GV dành 3 tiết cho các nhóm báo cáo trên lớp. | Viết thành chuyên đề:<br>-Trình bày một số kiến thức cơ bản của LTĐT.<br>-Sưu tầm, xây dựng các bài toán gán với thực tiễn, mô hình hóa và giải quyết bằng LTĐT |
| **3** | Phân tích một số yếu tố của bài toán thực tế có thể dẫn đến dùng LTĐT để giải quyết. | | |
| **4** | Xây dựng hệ thống bài toán thực tế vận dụng LTĐT. Xây dựng mô hình trực quan minh họa | | |
| **5** | Xây dựng các nội dung báo cáo:<br>-Chuẩn bị bài thuyết trình, cử đại diện báo cáo<br>-Dự kiến trả lời các tình huống được hỏi trong báo cáo | | |
| **6** | Báo cáo sản phẩm | Mỗi nhóm 30 phút báo cáo trên lớp | - Các slide trình chiếu, các câu hỏi và trả lời liên quan đến sản phẩm.<br>-Trình bày về hướng mở rộng của dự án (nếu có) |
| **7** | Khai thác dự án | | - Đưa ra một quy trình chuyển đổi từ bài toán thông thường sang đồ thị (dấu hiệu chung, dấu hiệu nhận dạng đồ thị có hướng, dấu hiệu bài toán tô màu) |

***2.2.2.5. Dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab"***

***a)Lí do chọn nội dung hình học Taxicab để thiết kế DAHT***

Nội dung về khoảng cách Taxicab không nằm trong chương trình bắt buộc giảng dạy cho HS THPT Chuyên. Tuy nhiên, khi điều tra 127 GV dạy chuyên Toán có 98 GV (77%) đồng ý với việc GV có thể thể dạy thêm các chủ đề TRR khác bên ngoài các nội dung bắt buộc. Nội dung học tập đảm bảo bám sát chương trình, phù hợp với năng lực của HS để đáp ứng mục tiêu đổi mới PPDH ở trường THPT Chuyên, trong đó có mục tiêu HS được học hoặc tự nghiên cứu những nội dung Toán học mà có thể vận dụng để giải quyết thực tiễn. Trong [33], [53], khái niệm đồ thị (Graph) trong TRR "có thể hiểu một cách đơn giản là hệ thống các đỉnh và các cạnh nối với nhau". Trong [33, tr 213], tác giả lấy ví dụ  một bản đồ giao thông có thể coi là một đồ thị với các nút giao thông (ngã ba, ngã tư,.. hoặc các nút cuối phố cụt) là các đỉnh, các cạnh là các con đường giao thông nối các nút giao thông với nhau. HS khi học về khoảng cách Taxicab có thể vận dụng để giải quyết các bài toán di chuyển thực tế. HS có thể sử dụng Google maps để tìm khoảng cách và chu trình di chuyển trên bản đồ (tìm *đường đi* trong Graph), tìm số cách di chuyển giữa hai vị trí. Bên cạnh đó, khi học về khoảng cách trong hình học Taxicab, HS cần sử dụng các kiến thức về PP tọa độ trong mặt phẳng (Hình học 10) trong việc thiết lập phương trình đường thẳng và vẽ một số đường trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ các điểm thỏa mãn các điều kiện ràng buộc, sử dụng các kiến thức về ba đường conic,... Vì vậy kiến thức về khoảng cách Taxicab không xa lạ mà hoàn toàn phù hợp với kiến thức của HS THPT; HS chuyên Toán có thể khai thác thêm nhiều tính chất và ứng dụng phức tạp hơn của hình học Taxicab. Hình học Taxicab khác hình học Ơclit về cấu trúc khoảng cách nên nếu hình học Ơclit là mô hình tốt trong một không gian "hoàn hảo" thì hình học Taxicab lại là một mô hình có ứng dụng rộng rãi hơn trong không gian thực tế. HS có nhiều hoạt động thực tiễn khi vận dụng khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab. Những tiếp cận về khái niệm khoảng cách Taxicab được chúng tôi trình bày ở trang 103.

***b)Tên DAHT:*** *"Khám phá khoảng cách Taxicab".*

***Thời gian thực hiện:*** 3 tuần thực hiện và 5 tiết trên lớp.

***Mục tiêu cần đạt được sau dự án:***

+*Kiến thức:* Xác định được đường đi ngắn nhất giữa hai vị trí trên thực tế. Khi trang bị hệ trục tọa độ *(Oxy)* , HS có thể xây dựng được công thức tính khoảng cách

ngắn nhất đó. Từ đó hình thành khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab; xây dựng được các khái niệm tương tự về đường tròn, đường elip.

+*Kĩ năng:* Biết vận dụng kiến thức để giải quyết các tình huống cụ thể (sử dụng Google maps, tìm đường đi ngắn nhất trên thực tế); hình thành được một số kĩ năng: lập kế hoạch, giao tiếp, phỏng vấn, điều tra, phân tích, tổng hợp và báo cáo; rèn luyện được các năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS.

+ *Thái độ:* Có thái độ tích cực trong học tập, không ngại khi gặp những vấn đề mới trong khoảng cách Taxicab. Thực hiện nghiêm túc dự án với mục đích thiết thực là vận dụng kiến thức được học vào một số tình huống thực tiễn.

***Yêu cầu sản phẩm:***

+ Sản phẩm 1: Xây dựng một số tình huống thực tiễn vận dụng khoảng cách trong hình học Taxicab

+ Sản phẩm 2: Xây dựng định nghĩa và khai thác tính chất tương tự của đường tròn, elip sử dụng khoảng cách Taxicab. Trình bày hình minh họa trên nền Sketchpad và một số vận dụng trên thực tế.

***c)Thiết kế tài liệu tham khảo***

+ Sách tham khảo: *On the iso-taxicab trigonometry*, Applied Sciences.8: 101-111 [45], *Taxicab Geometry, an adventure in non-Euclidean Geometry* [58]

+ Các trang web: *dethi.violet, diendantoanhoc.net, math.vn, mathscope, mathlink, art of problem solving,...*

+ Sổ theo dõi dự án.

***d)Xây dựng bộ câu hỏi định hướng:***

*Câu hỏi khái quát:* Nghiên cứu về khoảng cách trong hình học Taxicab và một số vận dụng của hình học Taxicab vào thực tế.

*Câu hỏi bài học*: Xây dựng khái niệm khoảng cách và một số đường cơ bản trong hình học Taxicab.

*Câu hỏi nội dung*: + Em hãy vận dụng kiến thức hình học của mình để xác định đường đi ngắn nhất giữa hai vị trí trên thực tế. Khoảng cách được xác định có giống như khoảng cách em hay dùng trong hình học phẳng hay không? Em xác định khoảng cách đó như thế nào? Trên thực tế thường có một hay nhiều chu trình di chuyển ngắn nhất? Có xác định được số chu trình hay không? Xây dựng một số tình huống thực tế và chỉ ra khoảng cách Taxicab đã được vận dụng trong tình huống đó.

+ So sánh một số tính chất quen thuộc của hình học Taxicab và hình học Ơclit, xây dựng các khái niệm tương tự về ba đường conic trong hình học Taxicab.

***e)Dự kiến kế hoạch hoạt động của HS***

| STT | Công việc | Thời gian | Yêu cầu sản phẩm |
|---|---|---|---|
| **1** | Xây dựng khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab. | -Các nhóm chủ động bố trí thời gian tìm kiếm, xử lí, tổng hợp thông tin và thảo luận nhóm trong 3 tuần.<br>-GV dành thêm 3 tiết cho các nhóm thảo luận, xin ý kiến GV trên lớp. | Viết thành chuyên đề trong đó:<br>- Lập chính xác công thức tính khoảng cách.<br>- Các hình ảnh minh họa trên thực tế bằng Google maps.<br>- Hệ thống bài tập thực tế vận dụng khái niệm khoảng cách.<br>- Định nghĩa khái niệm tương tự đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách Taxicab và vẽ được các hình minh họa. |
| **2** | Vận dụng khái niệm khoảng cách Taxicab vào bài toán thực tế. | | |
| **3** | Tương tự giữa hình học Taxicab và hình học Ơclit, xây dựng khái niệm và vận dụng thực tế của đường tròn, đường elip | | |
| **4** | Xây dựng các nội dung báo cáo: các slide báo cáo, mô hình, hình ảnh minh họa, soạn thảo sản phẩm, các tình huống liên quan chủ đề dự án; cử thành viên thuyết trình | | |
| **5** | Báo cáo sản phẩm, đánh giá DAHT | Mỗi nhóm 30 phút báo cáo trên lớp | - Các slide trình chiếu, các câu hỏi và trả lời liên quan đến nội dung chuyên đề.<br>- Các đánh giá về DAHT của các nhóm |
| **6** | Khai thác dự án | | - Sử dụng Geometer's Sketchpad để minh họa thêm nhiều vận dụng của hình học Taxicab<br>- Nghiên cứu thêm các khoảng cách và vận dụng thêm bên cạnh khoảng cách Taxicab,... |

## 2.3. Tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc

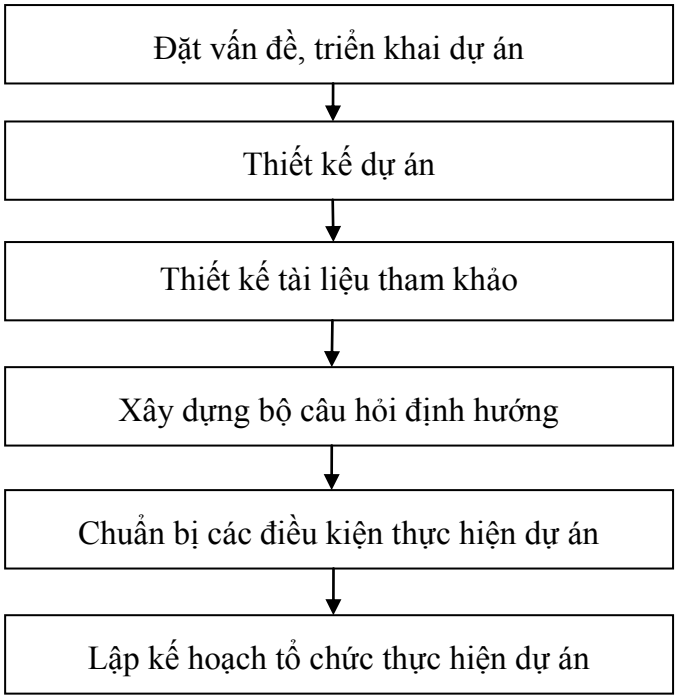
### *2.3.1. Phân tích quy trình tổ chức DHTDA một số chủ đề Toán rời rạc*

Ở mục 1.2.4. chúng tôi đã trình bày quy trình tổ chức DHTDA, quy trình gồm có ba giai đoạn, đó là: chọn chủ đề, xây dựng DAHT; thực hiện DAHT; tổng hợp

đánh giá. Quy trình DHTDA đối với chủ đề TRR cũng được thực hiện theo các bước như đã nêu ở chương 1.

***2.3.1.1. Chọn chủ đề và xây dựng DAHT***

Hoạt động của GV trong giai đoạn này của dự án thể hiện theo các bước:




*Hình 2.1. Hoạt động của GV trong chọn chủ đề, xây dựng DAHT*

- *Đặt vấn đề, triển khai bài học thành dự án*

Để có thể thực hiện DHTDA, trước hết GV cần xác định các nội dung kiến thức và kĩ năng người học cần đạt được và có ý tưởng tổ chức bài học thành dự án. GV cần tìm ra những vấn đề thực tiễn đang diễn biến trong cuộc sống có liên quan đến nội dung chương trình. GV có thể cần phải trao đổi với đồng nghiệp thiết kế được dự án thu hút sự quan tâm và phù hợp với khả năng của HS.

- *Thiết kế dự án* (lựa chọn chủ đề, xác định mục tiêu, các nhiệm vụ chính, giải pháp thực hiện và dự kiến sản phẩm)

- *Thiết kế tài liệu tham khảo hỗ trợ GV và HS thực hiện dự án (mục 2.2.1.2.)*

- *Xây dựng bộ câu hỏi định hướng (mục 2.2.1.2.)*

- *Chuẩn bị các điều kiện thực hiện dự án*

Khi tổ chức DHTDA thì GV và HS thường phải chuẩn bị:

*GV:* Máy vi tính có nối mạng Internet, sổ theo dõi dự án cho các nhóm, phiếu thảo luận nhóm, bộ công cụ đánh giá quá trình thực hiện và sản phẩm của dự án, các phương tiện trình chiếu.

*HS:* Máy vi tính nối mạng Internet và dự trù các nguồn khai thác tài liệu, thành thạo trong việc sử dụng các phần mềm trình chiếu, chuẩn bị được địa điểm cho các buổi thảo luận nhóm, phiếu đánh giá cá nhân trong nhóm.

**SỔ THEO DÕI DỰ ÁN**

Tên dự án:.....

Nhóm thực hiện .....

Thời gian: .....Từ ngày: .....đến ngày: .....

Danh sách nhóm: .....

Tên giáo viên: .....

*Hình 2.2. Sổ theo dõi dự án*

(*) *Các thông tin trong sổ dự án bao gồm các mục cơ bản sau:* thời gian và địa điểm các cuộc thảo luận, mục đích của các buổi thảo luận, kết quả mong muốn sau buổi thảo luận, những nguồn tài liệu cần thiết, những tài liệu hay sản phẩm nhỏ mà mỗi thành viên phải chuẩn bị và mang đến buổi thảo luận, thời gian buổi thảo luận kết thúc, phương tiện di chuyển,...).

*Bảng 2.3. Phiếu thảo luận nhóm*

| Buổi thảo luận | Nội dung thảo luận | Thời gian, Địa điểm | Phương tiện | Chuẩn bị (tài liệu, sản phẩm) | | Kết quả |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Tên tài liệu, sản phẩm | Người chuẩn bị | |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| … | | | | | | |

*Bảng 2.4. Phiếu đánh giá cá nhân của mỗi nhóm*

*Nhóm: ……*

*Họ và tên HS được đánh giá:……*

| STT | Tên | Đánh giá của bản thân | Thành viên (1) | Thành viên (2) | Thành viên (3) | Thành viên (4) | Thành viên (5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Tham dự đầy đủ các cuộc thảo luận trong nhóm. | | | | | | |
| 2 | Nhận nhiệm vụ một cách tích cực, chủ động. | | | | | | |
| 3 | Trong mỗi lần thảo luận đều đưa được giải pháp tích cực được các thành viên công nhận. | | | | | | |
| 4 | Công việc được hoàn thành đúng thời hạn hoặc có sự sắp xếp thay thế nhiệm vụ mới. | | | | | | |
| 5 | Hợp tác tốt và có sự hỗ trợ hiệu quả tới các thành viên trong nhóm | | | | | | |
| 6 | Hoàn thiện công việc được giao một cách trọn vẹn, chính xác. | | | | | | |
| 7 | Hoàn thành khối lượng công việc tương đồng với các thành viên khác | | | | | | |
| 8 | Là thành viên tích cực, khẳng định vị trí quan trọng trong nhóm. | | | | | | |

-

- *Lập kế hoạch tổ chức thực hiện dự án:*

+ Hoạt động chia lớp học thành các nhóm: Sau khi GV đã công bố DAHT cho HS thì lớp tiến hành phân chia thành các nhóm và bầu nhóm trưởng để thực hiện dự án. GV nên lưu ý đến tính đồng đều của các nhóm để đảm bảo hiệu quả của DAHT.

GV tạo điều kiện để HS chủ động lựa chọn nhóm làm việc phù hợp với mình, nhưng cũng nên chú ý đến khả năng hỗ trợ lẫn nhau của các thành viên trong nhóm. Các nhóm đề xuất nhóm trưởng. Sau khi đã lập được các nhóm thực hiện dự án, HS cần thống nhất với GV về tên của DAHT, thời gian thực hiện dự án.

+ HS xác định rõ mục tiêu của dự án: Các nhóm cần thảo luận, đưa ra các ý kiến, những ý tưởng liên quan đến mục tiêu của dự án. HS cần xác định rõ mục tiêu của dự án để có thể đưa ra những ý tưởng và sự định hướng khi thực hiện dự án.

+ GV dự kiến trước quá trình thực hiện, kết quả HS cần đạt được, các tình huống có thể xảy ra trong quá trình thực hiện DAHT và các phương án giải quyết. Bên cạnh đó GV cũng cần dự kiến trước những khó khăn mà HS có thể gặp phải để có sự hỗ trợ, động viên kịp thời. GV thiết kế tài liệu hỗ trợ, câu hỏi định hướng và có kế hoạch phổ biến cho HS trước khi thực hiện dự án: các trang web, các nguồn tài liệu tham khảo, các mẫu phiếu phân công nhiệm vụ trong nhóm, các tiêu chí đánh giá, mẫu phiếu đánh giá trong bộ công cụ đánh giá của GV, ...

+ Xác định sản phẩm sau DAHT: Các nhóm cần định hình được sản phẩm đạt được sau DAHT và các tiêu chí đánh giá sản phẩm mà GV đưa ra.

***2.3.1.2. Thực hiện dự án***

- *Xây dựng kế hoạch thực hiện dự án:*

+ Ở bước xây dựng kế hoạch, các nhóm cần thảo luận để đề xuất được các giả thuyết và nhiệm vụ cần phải thực hiện. Các em cần lập kế hoạch giải quyết bằng cách xây dựng đề cương và kế hoạch cho việc thực hiện dự án, bao gồm những công việc cần làm, dự kiến thời gian thực hiện, PP tiến hành, phân công nhiệm vụ cụ thể cho các thành viên và dự trù kinh phí thực hiện. Kế hoạch thực hiện dự án thể hiện những nội dung công việc cần làm và người thực hiện, cách thức thực hiện. Có thể lập kế hoạch thực hiện dự án bằng bảng hoặc lập sơ đồ tư duy. Trong bản kế hoạch có ghi lại những điểm quan trọng liên quan đến dự án như mục tiêu, sản phẩm bàn giao và thời hạn yêu cầu. Cần xác định cụ thể ai sẽ đảm nhiệm công việc này, có thể hợp tác được với ai, tại sao cần tìm hiểu về vấn đề này, có thể tra cứu thông tin ở đâu, thời gian và địa điểm tổ chức thảo luận, thống nhất kết quả và nộp sản phẩm,...GV cần kiểm tra kế hoạch của HS và hướng dẫn HS điều chỉnh nếu cần thiết. Kế hoạch thực hiện dự án có thể được chỉnh sửa, bổ sung khi có sự phản hồi của GV hay các thành viên trong nhóm. GV dự kiến những khó khăn hoặc lỗi HS có thể mắc phải để hạn chế chúng trong kế hoạch thực hiện.

*Bảng 2.5. Bảng kế hoạch thực hiện dự án*

| **Nhiệm vụ** | **Nội dung** | **Thời gian thực hiện** | **PP tiến hành** | **Người thực hiện (*)** | **Kết quả thu được** |
|---|---|---|---|---|---|
| NV 1 | | | | | |
| 1.1 | | | | | |
| 1.2 | | | | | |
| 1.3 | | | | | |
| NV2 | | | | | |
| 2.1 | | | | | |
| … | | | | | |

(*) *Có thể thay đổi tùy theo sự chủ động của nhóm*

Dự án được chia thành nhiều phần công việc khác nhau, được chia cho các nhóm nhỏ hơn hoặc các cá nhân. Các nhóm nhỏ hoặc cá nhân sau khi được phân công công việc thì lại tiến hành chi tiết hóa công việc, xác định các kiến thức cần sử dụng, PP thực hiện nhiệm vụ, các tài liệu tham khảo,... GV cần kiểm tra PP thực hiện dự án của HS để điều chỉnh, tránh việc nghiên cứu bị chệch hướng.

Kết quả của việc xây dựng kế hoạch thực hiện dự án là kế hoạch thực hiện công việc chi tiết cho từng nhóm hoặc từng thành viên trong mỗi nhóm. Kế hoạch thực hiện có thể được bổ sung, chỉnh sửa trong quá trình thực hiện DAHT dựa vào sự phản hồi của GV, của các thành viên trong nhóm.

- *Thực hiện dự án:*

+ Thu thập thông tin: HS thực hiện các nhiệm vụ được giao một cách chủ động, HS có thể thu thập thông tin bằng nhiều cách khác nhau từ tài liệu của GV cung cấp, tự tìm tài liệu qua các phương tiện thông tin, có thể phỏng vấn, phát phiếu hỏi,... (phỏng vấn, phát phiếu hỏi thầy cô, bạn bè, những người hiểu biết về nội dung dự án).

+ Xử lí thông tin: Sau khi thu thập thông tin, HS tiến hành các phân tích, so sánh, tính toán, tranh luận để tổng hợp những đóng góp nhằm tạo ra sản phẩm chung. Trong quá trình thực hiện dự án có thể hỗ trợ hoặc yêu cầu sự hỗ trợ của các thành viên khác.

+ Tổng hợp thông tin: Nhóm trưởng định thời gian để nhóm thảo luận, tổng hợp các công đoạn để đưa đến kết quả chung. Trong suốt quá trình thực hiện dự án, HS thường xuyên xem xét, có những đánh giá các kết quả thực hiện. Có khỉ sau quá trình đánh giá, nhóm thực hiện có thể phải quay trở lại bước đề xuất thêm giả thuyết mới hoặc điều chỉnh các nhiệm vụ khác, lập lại kê hoạch giải quyết để đảm bảo dự án đúng mục tiêu và có hiệu quả.

Trong quá trình HS thực hiện DAHT, GV tôn trọng kế hoạch đã xây dựng và sự hợp tác giữa các thành viên trong mỗi nhóm nhằm tạo ra môi trường học tập một cách tích cực và chủ động cho HS, ủng hộ, khuyến khích HS cởi mở trao đổi, kiến tạo kiến thức mới, đưa ra những ý tưởng mới trong quá trình thực hiện. Bên cạnh đó GV cũng cần có sự can thiệp, hỗ trợ kịp thời khi HS gặp khó khăn cần sự giúp đỡ, khích lệ HS vượt qua chướng ngại đi đến kết quả.

Kết quả của giai đoạn này là sản phẩm của DAHT và quan trọng hơn là các kiến thức, kĩ năng được hình thành của mỗi cá nhân trong quá trình các em thực hiện dự án.

***2.3.1.3. Tổng hợp và đánh giá dự án***

Giai đoạn này bao gồm nhiệm vụ xây dựng sản phẩm của HS, báo cáo, trình bày sản phẩm và công đoạn đánh giá DAHT.

*a) Tổng hợp và báo cáo*

- *Xây dựng sản phẩm chuẩn bị báo cáo*:

*Học sinh:* Sau khi các thành viên đã thực hiện những nhiệm vụ riêng theo kế hoạch (khai thác nội dung TRR đã học để tìm hiểu, mở rộng, nghiên cứu sâu hơn nội dung kiến thức đã học, vận dụng kiến thức TRR giải quyết các bài toán thực tiễn đặt ra trong dự án, chủ động xây dựng các tình huống thực tiễn khác,...), nhóm tiến hành họp nhóm để tổng hợp, thảo luận, thống nhất hình thành sản phẩm dự án. Nhóm thực hiện cần phải nhìn lại dự án và đối chiếu, đánh giá với mục tiêu của dự án đề ra.

Sau khi đã tổng hợp các nội dung nghiên cứu, nhóm trưởng phân công thành viên soạn thảo văn bản (dạng word hoặc Latex), soạn thảo trình chiếu (Powerpoint), phân công thành viên đặt các câu hỏi dự trù tình huống và phương án trả lời mà GV và các nhóm khác có thể hỏi, phân công thành viên đi in, đóng quyển. Cần chuẩn bị thêm những phương tiện hay tài liệu hỗ trợ nào trong buổi báo cáo.

Để chuẩn bị báo cáo, ngoài sản phẩm, HS cũng cần chuẩn bị về bản kế hoạch được lập ở giai đoạn 2, bảng theo dõi tiến độ, các phiếu điều tra, PP làm việc và kết quả đạt được của mỗi thành viên

*GV lên kế hoạch tổ chức buổi báo cáo:*

+Xác định quy mô trình bày sản phẩm (giới thiệu trước lớp, toàn trường hay ra ngoài phạm vi trường học).

+ Chuẩn bị phương tiện trình chiếu, hướng dẫn cho HS các kĩ năng báo cáo, duyệt qua các tài liệu, phương tiện hỗ trợ báo cáo.

+ GV lên kế hoạch tổ chức buổi báo cáo, có thể mời các GV khác đến dự để đánh giá sản phẩm của HS, hướng dẫn cách đánh giá, cho điểm của GV và HS đối với mỗi nhóm.

Trước buổi báo cáo, nhóm trưởng họp nhóm, phát phiếu đánh giá cho các thành viên và mỗi thành viên tự đánh giá, đồng thời đánh giá các bạn khác trong nhóm theo các tiêu chí trong bảng 2.4. (tr 75) và nộp lại cho GV sau buổi báo cáo.

- *Báo cáo trình bày sản phẩm*: Báo cáo thường bao gồm tên dự án, lí do nghiên cứu, các hoạt động tìm hiểu, nghiên cứu dự án, phỏng vấn, các sản phẩm đạt được, các dữ liệu và các trao đổi, kết luận và bài học rút ra được sau khi thực hiện dự án. Trong nhóm có thể cử một hoặc nhiều thành viên thay nhau trình bày. Trong quá trình báo cáo, có thể GV hoặc các bạn nhóm khác đặt câu hỏi, khi đó thành viên thuyết trình hoặc các thành viên trong nhóm phải trả lời. Bài trình bày cần có hình thức đẹp, bố cục khoa học, các kiến thức đưa ra chính xác, các trích dẫn có nguồn tham khảo và tóm lược đầy đủ các kết quả đạt được trong quá trình thực hiện dự án.

GV cần điều tiết thời gian báo cáo cho hợp lý, tổ chức pháp vấn giữa GV, HS với các nhóm, điều hành buổi báo cáo để HS có thể thẳng thắn nhận xét, đưa quan điểm, đánh giá chéo sản phẩm của nhau.

*b) Đánh giá DAHT:*

Đánh giá DAHT không chỉ là việc đánh giá sản phẩm sau dự án mà cần phải đánh giá cả quá trình thực hiện DAHT dựa trên các mặt:

+ Đánh giá nội dung kiến thức HS sử dụng có phù hợp với nội dung chương trình, mức độ kiến thức vận dụng vào thực tiễn, các phân tích, các hình, bảng biểu minh họa, hướng mở rộng của dự án,...

+ Đánh giá mục tiêu đạt được sau dự án, thời hạn hoàn thành dự án.

+ Đánh giá về việc tổ chức thực hiện dự án: kế hoạch có chi tiết và phù hợp với khả năng thực hiện của HS, chia nhóm và phân công nhiệm vụ có hợp lí và phương án giải quyết của HS có mang lại hiệu quả,...

+ Đánh giá về các kiến thức HS thu được: qua báo cáo, qua sản phẩm, qua trả lời câu hỏi của GV, của các nhóm khác trong lớp, qua các bài kiểm tra sau DAHT.

+ Sản phẩm của dự án có dùng được không? Dự án có tính ứng dụng vào thực tế như thế nào? Dự án có thể được phát triển tiếp không?

Đánh giá trong DHTDA phải được thực hiện tại nhiều thời điểm khác nhau và kết hợp giữa sự đánh giá của GV tổ chức dự án, GV dự buổi báo cáo sản phẩm và của chính HS thông qua bảng kiểm sử dụng cho đánh giá của GV và HS, qua các phiếu đánh giá của HS [78].

Ngoài đánh giá của GV, HS còn tự nhận xét, đánh giá kết quả thực hiện của bản thân, của các thành viên trong nhóm, tự đánh giá sự hợp tác, các kiến thức, kĩ năng

thu được sau DAHT. Những công việc này khiến HS phát triển tư duy phê phán, biết chịu trách nhiệm và xây dựng thái độ dân chủ.

*Bảng 2.6. Mẫu phiếu tự đánh giá sau quá trình thực hiện dự án*

| |
|---|
| *Họ và tên .....Nhóm.....Lớp.....* |
| - Kiến thức tôi học được sau dự án _____ |
| - Kĩ năng tôi phát triển được sau dự án _____ |
| - Thái độ tích cực nào sau dự án _____ |
| - Có hài lòng với kết quả của dự án hay không ? Vì sao? _____ |
| - Những khó khăn tôi gặp phải khi thực hiện dự án _____ |
| - Cách thức tôi giải quyết các khó khăn đó _____ |
| - Mối quan hệ giữa tôi và các thành viên khác trong nhóm _____ |
| - Những vấn đề quan trọng khác trong dự án mà tôi nhận thấy: _____ |

Cuối cùng, GV tổng hợp các kết quả đánh giá và đưa ra kết luận chung về DAHT của mỗi nhóm. GV đưa ra những kết luận rút ra được khi học chủ đề TRR trong chương trình THPT chuyên Toán.

*c) Vận dụng, thiết lập quy trình hoặc đề xuất mới:*

Đây là giai đoạn các nhóm quan tâm đến việc bổ sung thông tin liên quan đến các phương diện đặc biệt của dự án. Khả năng có thể thiết lập được một quy trình trong Toán học sẽ giúp HS khai thác tốt hơn các DAHT đã thực hiện. Khi nhận ra điểm tương đồng giữa một số đối tượng và tiến hành thực nghiệm kiểm chứng quy trình trong khi thực hiện DAHT, HS sẽ có nhu cầu tiếp tục đặt ra vấn đề và thực hiện những nhiệm vụ trong dự án mới. HS có thể quay lại quy trình phát biểu và đặt vấn đề, xây dựng và thực hiện DAHT tiếp theo.

### *2.3.2. Tổ chức dạy học theo dự án một số chủ đề Toán rời rạc*

#### *2.3.2.1. Dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao"*

Chủ đề "Một số PP đếm nâng cao" nằm ở phần chuyên đề tổ hợp, trong tài liệu chuyên toán Đại số và Giải tích 11 [32]. Mục tiêu của bài là HS nắm vững các quy tắc đếm cơ bản, vận dụng các PP đếm nâng cao khác nhau để có thể giải quyết được các dạng toán khó trong tổ hợp; hiểu được ý nghĩa và vận dụng các PP đó vào các bài toán thực tiễn.

Để bắt đầu dự án, GV đưa ra một phiếu bài tập, trong đó có nhiều bài toán đếm giả định thực tiễn đặt ra cho HS. Với kiến thức đã được học, HS gặp nhiều khó khăn hoặc chưa thể giải quyết được các bài toán đó. Khi đó GV dẫn dắt HS đến dự án tìm

hiểu, khai thác các PP đếm nâng cao hơn để có thể giải quyết được các tình huống đếm phức tạp. Sau khi đã chủ động tìm hiểu, nghiên cứu và nắm vững PP, HS có thể thực hiện được yêu cầu của dự án là xây dựng các tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao. Điều này đòi hỏi tính tự lực cao của HS trong quá trình thực hiện dự án.

***a) Chọn chủ đề và xây dựng DAHT***

* GV trang bị kiến thức về các PP đếm nâng cao cho HS

Để dẫn HS đến việc hình thành được DAHT, trước hết HS cần trang bị kiến thức về PP đếm nâng cao giúp HS có khả năng thực hiện được dự án. GV yêu cầu HS đã thành thạo về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp trong các bài toán đếm cơ bản.

GV *dành 1 tiết* để giới thiệu cho HS về một số bài toán đếm (trong đó có sử dụng các PP đếm nâng cao có thể vượt qua phạm vi kiến thức đã biết của HS) mà GV đã chuẩn bị trước trong phiếu bài tập (Xem phụ lục 5, tr P15). HS ngoài thời gian tự tìm hiểu ở nhà nên có 90 phút trên phòng máy tính để tìm kiếm thông tin và tập trung trao đổi trong nhóm. HS không nhất thiết phải giải quyết được bài toán mà cần đưa ra những thông tin nhóm đã tìm hiểu, thảo luận, những vấn đề đã biết và chưa biết xung quanh bài toán đó. Trong phiếu bài tập có nhiều bài toán đếm nổi tiếng (bài toán họ nhà thỏ và dãy Fibonacci, bài toán xếp khách của Lucas, bài toán bàn cờ liên quan đến dãy Catalan, bài toán 36 sĩ quan của Euler, bài toán Tháp Hà nội...) nên trong quá trình tìm hiểu, HS có thể khai thác trên mạng để thu thập thông tin về nguồn gốc bài toán, cách giải quyết và các vấn đề mở rộng liên quan đến bài toán gốc.

GV *dành 2 tiết* tiếp theo trên lớp để giải đáp về phiếu bài tập đã phát cho HS. GV sẽ thực hiện pháp vấn HS cả lớp về những bài toán các em đã tìm hiểu, giải đáp được, những bài toán khác còn chưa tìm ra cách giải,...HS nhận thấy những kiến thức tổ hợp đã được học chưa thực sự là công cụ đủ mạnh để có thể giải quyết được các tình huống phức tạp trong thực tế. Hơn nữa, việc giải quyết các bài toán đếm nâng cao không chỉ dừng lại chỉ là đếm, nhận biết số khả năng có thể xảy ra mà còn có ứng dụng quan trọng trong việc tìm ra lời giải cho bài toán tối ưu, lựa chọn trong số các cấu hình tổ hợp chấp nhận được những cấu hình có giá trị sử dụng tốt nhất. GV cho HS thấy việc đếm trực tiếp trong đa số các trường hợp là "bất khả thi", và dẫn HS đến thực hiện dự án tìm hiểu về các PP đếm nâng cao, xây dựng bài toán thực tiễn vận dụng các PP đếm đó.

GV đặt ra câu hỏi trong phiếu bài tập, đây cũng là định hướng cho các nhóm xây dựng được hệ thống bài toán tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao, tạo ra sản phẩm của DAHT.

* Nhiệm vụ của dự án:

- Nghiên cứu về các PP đếm nâng cao: Đếm bằng ánh xạ, truy hồi và PP hàm sinh; đưa ra các đặc trưng của PP và cách thức vận dụng chúng; xây dựng các bài toán thực tiễn vận dụng PP đếm nâng cao.

- Xác định, giải thích và có đánh giá hiệu quả của các PP đếm đã đưa ra.

- Phát hiện ra điểm tương đồng giữa một lớp các bài toán đếm theo từng PP đếm nâng cao để từ đó có thể đưa ra được dấu hiệu nhận biết và cách thức vận dụng.

- Nghiên cứu xu hướng biến đổi của đối tượng trong một số bài toán cực hạn.

* GV chia lớp thành các nhóm, các nhóm tiến hành bầu nhóm trưởng, thư kí.

* HS tìm hiểu về các tiêu chí đánh giá, các mẫu phiếu đánh giá trong bộ công cụ đánh giá của GV (Xem các bảng từ P.1. đến P.5.).

***b) Thực hiện dự án***

Sau khi đã chọn được chủ đề của DAHT và có câu hỏi định hướng của GV, các nhóm thảo luận và lập ra bảng các nhiệm vụ cần thực hiện trong DAHT. Nhóm trưởng lập sơ đồ tư duy nội dung kiến thức nhóm mình thực hiện, qua đó lập kế hoạch cụ thể việc thực hiện dự án cho nhóm: ai thực hiện những nội dung nào? Thời gian hoàn thành? Sử dụng những tài liệu tham khảo nào? Cần sự hỗ trợ của các thành viên trong nhóm vào buổi nào? Cả nhóm sẽ thống nhất kết quả vào buổi nào?

| **Nhiệm vụ (NV)** | **Nội dung** | **Thời gian thực hiện** | **Người thực hiện (*)** | **Kết quả thu được** |
|---|---|---|---|---|
| NV1 | Chuẩn bị trước các tài liệu hỗ trợ tham khảo (photo, tải trên mạng, điều kiện truy cập các trang web). | 1 ngày | | |
| NV2 | Nghiên cứu ba PP đếm nâng cao. | 1 tuần | | |
| 2.1 | Nghiên cứu nội dung PP: định nghĩa, tính chất, đặc trưng của các PP đếm nâng cao. | | Mỗi nhóm 1-2 thành viên làm riêng PP đếm *song ánh, truy hồi, hàm sinh.* | |
| 2.2 | Các mở rộng của PP đếm nâng cao. | | | |
| 2.3 | Các vận dụng của PP đếm nâng cao. | | | |
| NV3 | Xây dựng các bài toán thực tiễn vận dụng PP đếm nâng cao. | 4 ngày | | |
| NV4 | Thiết kế các sản phẩm báo cáo (Soạn thảo, in chuyên đề, chuẩn bị Powerpoint, Prezi,…). | 3 ngày | | |

| Nhiệm vụ (NV) | Nội dung | Thời gian thực hiện | Người thực hiện (*) | Kết quả thu được |
|---|---|---|---|---|
| 4.1 | Chuẩn bị bài thuyết trình, cử đại diện báo cáo. | 2 ngày | | |
| 4.2 | Dự kiến trả lời các tình huống có thể được hỏi khi báo cáo. | 2 ngày | | |
| NV5 | …. | …. | ….. | |

(*) *Có thể thay đổi tùy theo sự chủ động của nhóm*

Sau khi lập ra các nhiệm vụ của nhóm thì nhóm tiếp tục tiến hành phân chia nhiệm vụ cụ thể, các thành viên được giao nhiệm vụ thực hiện nghiên cứu về một trong ba PP đếm cụ thể (mẫu theo bảng 2.5., tr 76). HS thực hiện bằng cách nghiên cứu nguồn tài liệu tham khảo, sách báo, Internet,... và tổng hợp. Trong quá trình tìm hiểu, các em có thể tìm được những bài toán vận dụng thuộc nhiệm vụ của thành viên khác và các em để đến buổi họp nhóm sẽ cùng đưa vấn đề ra chia sẻ, thảo luận, kiểm tra mỗi PP đếm nâng cao đã được nghiên cứu và trình bày rõ đặc trưng, PP và cách thức vận dụng đảm bảo đạt kết quả theo yêu cầu chung của nhóm hay chưa?

Sau khi đã xây dựng được kế hoạch thực hiện dự án, các nhóm tiến hành thực hiện các nhiệm vụ đặt ra. Đây là giai đoạn mà HS phải thể hiện vai trò trung tâm, hoàn toàn chủ động, tích cực trong việc thực hiện các nhiệm vụ theo kế hoạch.

Trước hết HS cần xác định rõ nhiệm vụ mình được giao, sản phẩm mình cần tạo ra và thời gian hoàn thành. Để thực hiện nhiệm vụ đó thì HS cần xác định mình phải sử dụng kiến thức nào, cần khai thác, tìm hiểu trong các tài liệu tham khảo nào, cần sự hỗ trợ gì từ GV và các thành viên khác trong nhóm,...

HS cần huy động các kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm của mình để thực hiện dự án; tự mình quyết định PP thực hiện nhiệm vụ, chủ động thu thập và xử lí thông tin. Trong quá trình các thành viên thực hiện nhiệm vụ theo kế hoạch thì việc họp nhóm thường xuyên sẽ giúp nhóm xem xét, hoàn thiện dự án và đảm bảo tiến độ. Khi họp nhóm, các thành viên cùng đánh giá được sản phẩm mỗi thành viên thực hiện đã đảm bảo chất lượng theo yêu cầu chung của nhóm hay chưa, phương hướng khắc phục như thế nào, thành viên nào hỗ trợ được bạn.

Khi HS thực hiện dự án, GV không chỉ đạo trực tiếp, không làm giúp mà góp ý, hướng dẫn, có thể bổ trợ thêm những kiến thức cần thiết cho HS, đồng thời tạo điều kiện về tài liệu và những hỗ trợ khác khi HS cần. GV cần giám sát HS thực hiện dự án để có sự điều chỉnh khi HS gặp khó khăn hoặc có thể gợi ý những nghiên cứu bổ sung cho HS.

Giai đoạn này cần sự theo dõi, điều chỉnh của GV, GV cần kiểm tra kế hoạch thực hiện dự án của nhóm và có sự điều chỉnh khi cần thiết. Ví dụ, khi HS nghiên cứu về PP đếm bằng ánh xạ, GV có thể theo dõi xem HS có phát hiện ra hoặc là gợi ý cho HS tập trung vào tìm hiểu quá trình xây dựng ánh xạ. Đó là các hoạt động như *hoạt động phát hiện và thiết lập sự tương ứng* (xây dựng ánh xạ giữa A và B), *hoạt động nghiên cứu sự tương ứng* (tìm hiểu ánh xạ là đơn ánh, toàn ánh hay song ánh), và *hoạt động lợi dụng sự tương ứng* (căn cứ ánh xạ thiết lập để đánh giá số phần tử của A theo B) [24], [25], [37]... (giúp HS rèn luyện các hoạt động đặc trưng của tư duy hàm).

Kết quả của giai đoạn này chính là những kết quả các thành viên trong nhóm hoàn thành các nhiệm vụ được giao khi lập kế hoạch dự án.

***c) Tổng hợp và đánh giá dự án***

**) Xây dựng sản phẩm:* Sau khi đã tổng hợp các nội dung nghiên cứu, nhóm trưởng phân công thành viên soạn thảo văn bản (dạng word hoặc Latex, sản phẩm được viết dưới dạng một chuyên đề, trong đó trình bày rõ tìm hiểu về các bài toán trong phiếu bài tập; nội dung của ba PP đếm nâng cao theo yêu cầu của DAHT; xây dựng được các tình huống hoặc bài tập gắn thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao; phân tích rõ sự vận dụng kèm theo có các hình ảnh minh họa (nếu có)), soạn thảo trình chiếu (Powerpoint), phân công thành viên đặt các câu hỏi tình huống và phương án trả lời mà GV và các nhóm khác có thể hỏi, trình bày về hướng mở rộng của dự án (nếu có). Phân công thành viên đi in, đóng quyển. Cần chuẩn bị thêm những phương tiện hay tài liệu hỗ trợ nào trong buổi báo cáo.

**) Báo cáo trình bày sản phẩm:* GV dành 3 tiết trên lớp, mời thêm các GV khác tham gia buổi báo cáo sản phẩm của HS (Xem phụ lục 5, 6 tr P15 – P25).

- *Nhiệm vụ của HS:* HS cử đại diện trong nhóm lên báo cáo (mỗi nhóm có 30 phút trình bày). Trong báo cáo HS cần trình bày rõ nội dung PP đếm nâng cao mà nhóm nghiên cứu (định nghĩa, dấu hiệu nhận biết để vận dụng PP, tài liệu tham khảo, phân tích các ví dụ minh họa, phân tích vận dụng của PP vào một số tình huống thực tiễn, tổng hợp các vấn đề nhóm đã nghiên cứu trong dự án, trình bày hướng mở rộng dự án,...).

Ví dụ khi thực hiện về dự án về đếm bằng truy hồi, nhóm thực hiện dự án này có thể có hoạt động tìm hiểu, nghiên cứu và trình bày về ứng dụng của dãy Fibonacci trong đời sống thực tế:

HS có hoạt động trình bày về dãy Fibonacci (dãy do Leonardo Fibonacci công bố năm 1202) và trình bày về cách thức lập được công thức số hạng tổng quát của

dãy Fibonacci dựa vào công thức truy hồi:

$$\begin{cases} f_0 = 0;\ f_1 = 1 \\ f_{n+1} = f_n + f_{n-1}\ ,\ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Trình bày công thức số hạng tổng quát của dãy:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right).$$

HS trình bày hoạt động tìm hiểu về sự minh họa đa dạng của dãy Fibonacci trong đời sống thực tế (Trình bày những hình ảnh minh họa sưu tầm được trên Internet): sự sắp xếp cánh hoa trên một bông hoa (hình 3.10), tỷ lệ vàng,...

HS trình bày hoạt động tìm hiểu về tỷ lệ vàng và các áp dụng trong thực tế (Hàm ý bên trong của dãy Fibonacci không phải là bản thân các con số mà là mối liên hệ giữa các con số. Khi ta lấy bất kì một số nào trong dãy thì nó bằng 0,618 số liền sau và gấp 1,618 số đứng đằng trước. Tỷ lệ 1,618 chính là tỷ lệ vàng).

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} = 1,618.$$

HS có thể tìm hiểu về tỷ lệ vàng được sử dụng trong công trình tháp Eiffel, về quần thể kim tự tháp Cheops hay Tháp Rùa ở Việt Nam với tỉ lệ vàng như minh họa HS sưu tầm,...

+ Ngoài trình bày sản phẩm, các thành viên trong nhóm cần thảo luận trả lời các câu hỏi của GV, của nhóm khác.

+ Nhóm trưởng báo cáo tiến trình thực hiện dự án và đánh giá hiệu ý thức, hiệu quả của từng thành viên trong nhóm.

+ Sau buổi báo cáo, nhóm trưởng có nhiệm vụ tổng hợp các phiếu chấm, tổng hợp điểm cụ thể của mỗi thành viên và nộp lại cho GV.

- *Nhiệm vụ của GV:*

+ Điều tiết thời gian báo cáo của mỗi nhóm và hướng dẫn HS cách tự đánh giá và đánh giá sản phẩm của nhóm bạn.

+ Chuẩn bị các câu hỏi về nội dung các PP đếm nâng cao hỏi HS, ví dụ:

Tại sao bài toán đếm theo truy hồi còn được gọi là "tự nó giải nó"?

Thế nào là hàm sinh của một dãy số? Có những cách tiếp cận nào để tìm hệ số của hàm sinh?

Trong bài toán thực tiễn em đưa ra, em dựa trên cơ sở nào để xây dựng ánh xạ giữa hai nhóm đối tượng này?

**) Đánh giá dự án:* GV đánh giá sản phẩm dự án của HS dựa trên các tiêu chí về nội dung, hình thức trình bày, thuyết trình sản phẩm. HS phải trình bày được chính xác nội dung của ba PP đếm nâng cao, trình bày được đặc trưng và sự vận dụng váo một số bài toán thực tiễn. Ngoài ra GV còn đánh giá qua hình thức sản phẩm, qua hình thức các slide báo cáo, qua báo cáo và chất lượng các câu trả lời của nhóm khi thuyết trình (đánh giá theo bộ công cụ đánh giá ở mục 2.5.).

Để đánh giá kết quả của cả DAHT, đánh giá về kĩ năng cộng tác nhóm, kĩ năng lãnh đạo,... GV cần kết hợp đánh giá cả quá trình thực hiện dự án của mỗi thành viên thông qua sổ theo dõi dự án, qua bảng phân công nhiệm vụ và theo dõi quá trình thực hiện của HS. Các thành viên trong nhóm kết hợp các nhận xét của GV để tiến hành chấm điểm cá nhân.

Ngoài ra GV cần cho cả lớp thực hiện một bài kiểm tra viết để kiểm tra kiến thức của HS thu được sau DAHT (Xem phụ lục 9, trang P45).

**) Vận dụng, thiết lập quy trình hoặc đề xuất mới:*

HS có thể khai thác, phát triển dự án theo những hướng sau: Xác định, đánh giá có logic những hiệu quả của PP đếm, phát hiện ra điểm tương đồng giữa một lớp các bài toán đếm theo PP đếm nâng cao, chứng minh đẳng thức tổ hợp nhờ vào hai PP đếm khác nhau cùng một đối tượng. Từ đó trình bày sâu sắc hơn về dấu hiệu nhận biết và cách thức vận dụng từng PP. Các nhóm HS cũng có thể đề xuất nhiệm vụ mới tổng hợp từ các dự án riêng thành chuyên đề lớn trình bày một cách có hệ thống, đầy đủ những nội dung của Toán tổ hợp từ những khái niệm cơ bản cho đến những kiến thức ở mức vận dụng sâu sắc.

Sau khi triển khai DAHT này và dự án về lí thuyết đồ thị cho HS chuyên Toán K26 trường THPT chuyên Bắc Giang, các nhóm trong lớp đã tổng hợp các kết quả sau DAHT và viết thành 02 chuyên đề:

- *Phương pháp giải Toán Tổ hợp* (chuyên đề gồm 74 trang, ngoài lời nói đầu, chuyên đề gồm có 03 chương. Chương 1: Các quy tắc đếm cơ bản; Chương 2: Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp, xác suất; Chương 3: Nhị thức Newton và ứng dụng). Chuyên đề được trình bày một cách tuần tự từ các khái niệm, ví dụ minh họa và phân tích lời giải bài toán. Sau đó là hệ thống các bài toán sưu tầm từ các kì thi Đại học với nhiều lời giải phong phú. Chuyên đề phù hợp cho HS ôn luyện ở mức độ vận dụng cao trong kì thi Đại học.

- *Chuyên đề Toán rời rạc* (chuyên đề gồm 106 trang, ngoài lời nói đầu và phụ lục, chuyên đề gồm có 06 chương. Chương 1: Đại cương về tập hợp, tổ hợp; Chương 2: Phép đếm, PP đếm bằng hai cách; Chương 3: Nguyên lí Dirichlet, nguyên lí cực hạn; Chương 4: nguyên lí đơn biến, bất biến; Chương 5: Lí thuyết đồ thị; Chương 6: Các PP đếm nâng cao (5 PP)). Chuyên đề này là sự tổng hợp của chính HS về các kiến thức Toán tổ hợp ở mức độ vận dụng cao, phù hợp với mức độ bồi dưỡng HSG, cung cấp kiến thức cho HS đáp ứng thi HSG quốc gia.

GV đã hướng dẫn HS đăng kí 02 chuyên đề này vào mục HS nghiên cứu khoa học của trường THPT Chuyên Bắc Giang và được hội đồng nghiệm thu đề tài nghiên cứu khoa học của trường xếp loại tốt. Bên cạnh đó cũng có HS tự bản thân phát triển dự án và viết bài báo ở mức độ chuyên sâu và được đăng trong Kỉ yếu Trại hè Hùng Vương (Chuyên đề của HS có dung lượng lớn 106 và 74 trang, bài báo của HS trên Kỉ yếu gồm 17 trang nên chúng tôi lưu trong đĩa CD gửi kèm theo luận án).

***2.3.2.2. Dự án "Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang"***

***a) Chọn chủ đề và xây dựng DAHT***

GV triển khai DAHT và xây dựng kế hoạch (2 tiết): Trường THPT Chuyên Bắc Giang hiện nay có HS ở cả 10 huyện thành phố trong tỉnh theo học. Chúng ta sẽ thực hiện một dự án điều tra cụ thể về HS trong trường để nắm được thông tin và có những đánh giá về số lượng và tỷ lệ HS trong mỗi huyện đang học tại trường, số HS có hoàn cảnh khó khăn trong từng huyện, số HS được giải quốc gia, đánh giá kinh phí phụ huynh ở huyện chu cấp cho con theo học,... Minh họa bằng các biểu đồ và các số đặc trưng của mẫu số liệu.

***b) Thực hiện dự án***

| Thời gian | Nội dung công việc | Hoạt động của GV | Hoạt động của HS |
|---|---|---|---|
| 1 tiết trên lớp | Xác định chủ đề và mục tiêu của dự án | - Đưa tình huống thực tiễn, nêu chủ đề và mục tiêu dạy học của dự án<br>- Giới thiệu tài liệu | - Chia nhóm làm việc, thảo luận nhóm để xác định được nhiệm vụ cụ thể: khai thác và tổng hợp thông tin trên webside của nhà trường, nhiệm vụ phỏng vấn GV chủ nhiệm, xây dựng biểu đồ và phân tích thông qua số liệu, xây dựng sản phẩm và slide báo cáo |
| 1 tiết trên lớp | Xây dựng kế hoạch | -Hướng dẫn HS lập và kiểm tra tính khả thi của kế hoạch.<br>-Cung cấp bộ câu hỏi định hướng | -Xây dựng bảng phân công chi tiết công việc trong nhóm<br>- Chỉnh sửa, bổ sung kế hoạch theo gợi ý của GV |
| 2 tuần | Thực hiện dự án | Hỗ trợ HS khi cần thiết | - Nghiên cứu câu hỏi định hướng.<br>- Điều tra, phỏng vấn GV, HS trong trường để thu thập số liệu, nghiên cứu vẽ biểu đồ phù hợp, đánh giá số liệu,... theo nhiệm vụ được giao |
| 1 tiết trên lớp | | Kiểm tra tiến độ thực hiện dự án. Điều chỉnh, gợi ý cho HS nếu cần thiết | - Điều chỉnh việc thực hiện dự án<br>- Thảo luận, thống nhất, tập trung kết quả của các thành viên để thiết kế và hoàn thành sản phẩm. |
| 3 tiết trên lớp | Trình bày sản phẩm và đánh giá | -Định thời gian và chuẩn bị các thiết bị trình chiếu cho HS.<br>-Hướng dẫn HS đánh giá và tự đánh giá<br>-Kết luận, tổng kết kiến thức và đánh giá úa trình thực hiện dự án của mỗi nhóm. | - Trình bày bằng powerpoint và có thể có phỏng vấn HS.<br>-Trình bày slide vẽ biểu đồ, số đặc trưng của mẫu số liệu theo các tiêu chí điều tra<br>-Đưa ra đánh giá về tình hình HS chuyên Bắc Giang hiện nay: tỷ lệ HS ở các huyện, các HS có hoàn cảnh khó khăn và tỷ lệ HS trong số đó đạt giải quốc gia, tỷ lệ học bổng và kinh phí phụ huynh cấp cho hàng tháng,...<br>-Tự đánh giá quá trình thực hiện dự án và rút kinh nghiệm. |

***c) Tổng hợp và đánh giá:*** Theo đúng quy trình đã thiết kế thông qua các mẫu phiếu đánh giá quá trình thực hiện dự án.

***2.3.2.3. Dự án "Sử dụng bảng trong một số bài toán rời rạc"***

Sử dụng bảng là một trong những PP hiệu quả trong giải quyết các bài TRR và phát huy năng lực tự học, tư duy sáng tạo của HS. DHAT *"Sử dụng bảng trong một số bài TRR"* được GV triển khai trên lớp trong 2 tiết, HS có 1 tuần thực hiện dự án, 1 tiết kiểm tra dự án của GV và 3 tiết báo cáo, đánh giá sản phẩm.

***a) Chọn chủ đề và xây dựng DAHT***

Trước hết GV cần cùng HS tìm hiểu một số bài TRR dùng PP bảng. Trong quá trình làm việc với một số ví dụ thực tiễn, GV cần hướng dẫn, phân tích tình huống cho HS, giúp HS tiếp cận với PP dùng bảng trong giải quyết một số bài TRR. GV có thể cùng HS thực hiện dự án nhỏ trong lớp học theo các bài toán sau:

**Bài toán 1:** Một dãy gồm có 19 phòng. Ban đầu mỗi phòng có một người. Sau đó, cứ mỗi ngày có hai người nào đó chuyển sang hai phòng bên cạnh nhưng theo hai chiều ngược nhau. Hỏi sau một số ngày, có hay không trường hợp mà:

(a) Không có ai ở phòng có thứ tự chẵn

(b) Có 10 người ở phòng cuối.

GV: Để đưa bài toán về mô hình Toán học, chúng ta nghĩ đến việc đánh số các phòng theo thứ tự từ 1 đến 19 trong một bảng:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

Mỗi vị khách sẽ được gắn với một số chính là số phòng mình đang ở. Gọi $S(n)$ là tổng các số ghi trên thẻ của tất cả các vị khách trong ngày thứ *n*. Vì mỗi ngày có hai người nào đó chuyển sang hai phòng bên cạnh nhưng theo hai chiều ngược nhau nên $S(n)$ không đổi và $S(n)=S(1)=1+2+3+\cdots+19=190,\ \forall n\geq 1.$

a) Vì có lẻ người nên nếu không ai ở phòng có thứ tự chẵn thì $S(n)$ là tổng của 19 số lẻ, tức là $S(n)$ là số lẻ, mâu thuẫn, trường hợp này không xảy ra.

b) Nếu có 10 người ở phòng cuối (phòng 19) thì $S(n)>19\times 10=190,$ mâu thuẫn.Vậy không thể xảy ra trường hợp có 10 người ở phòng cuối.

*GV: Vẫn bằng PP đưa vào bảng như trên, em hãy tổng quát hóa bài toán.*

Tổng quát: Một dãy gồm có $4k+3$ phòng. Ban đầu mỗi phòng có một người. Sau đó, cứ mỗi ngày có hai người nào đó chuyển sang hai phòng bên cạnh nhưng theo hai chiều ngược nhau. Hỏi sau một số ngày, có hay không trường hợp mà:

(a) Không có ai ở phòng có thứ tự chẵn

(b) Có $2(k+1)$ người ở phòng cuối.

**Bài toán 2:** *(Đề thi chọn HSG Toán toàn quốc 2016) "Người ta trồng hai loại cây trên một miếng đất hình chữ nhật kích thước m×n ô vuông (mỗi ô trồng một cây). Một cách trồng được gọi là ấn tượng nếu:*

*i) Số lượng cây được trồng của hai loại cây bằng nhau.*

*ii) Số lượng chênh lệnh của hai loại cây trên mỗi hàng không nhỏ hơn một nửa số ô của hàng đó và số lượng chênh lệnh của hai loại cây trên mỗi cột không nhỏ hơn một nửa số ô của cột đó".*

*GV đặt ra hai câu hỏi, chia nhóm 6-7 em để HS thực hiện:*

a) Khi $m = n = 2016$, em hãy chỉ ra cách trồng ấn tượng.

b) Em hãy tổng quát bài toán và đưa ra ý tưởng thiết kế các bài toán tương tự (dành cho HS thực hiện ở DAHT lớn).

Khi các nhóm đã trình bày phương án, GV tổng hợp kết quả của các nhóm, GV dự định trước được tất cả các nhóm đều không xuất phát việc làm trực tiếp với $m = n = 2016$, vì đây là các giá trị lớn. HS đều bắt đầu với việc tìm các cách trồng thỏa mãn yêu cầu với những giá trị nhỏ hơn của bảng (*khái quát từ cái riêng lẻ*) (tìm trước tiên với giá trị nhỏ là ước của 2016). Sau đây là kết quả mà các nhóm có thể đưa ra được với bảng 4×4; 8×8, từ các trường hợp đó các nhóm tổng quát lên trường hợp 2016 ×2016 (Ghép liên tiếp 504 × 504 bảng 4×4). Từ đó HS có thể *khái quát từ cái tổng quát đến cái tổng quát hơn* (bảng 4k×4k, với k tự nhiên tùy ý) để sử dụng trong PP bảng.

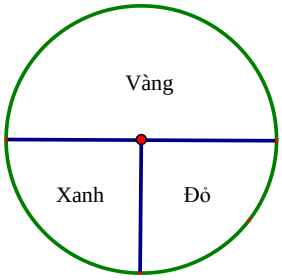
| | | | |
|---|---|---|---|
| ● | ● | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ● |
| ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ |

Bảng 4×4

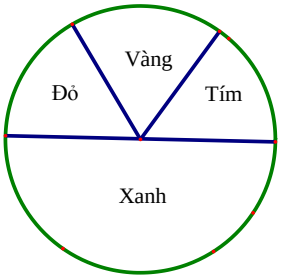
Bảng 8×8

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ● | ● | ● | ○ | ● | ● | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ● | ● | ○ | ● | ● |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ |
| ● | ● | ● | ○ | ● | ● | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ● | ● | ○ | ● | ● |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ |

**Bài toán 3:** *Có hai bàn xoay A, B với các màu được tô tỉ lệ như hình. Bạn Thanh chọn xoay hai lần ở bàn A, bạn Hải chọn xoay hai lần ở bàn B, còn bạn Minh chọn xoay một lần ở bàn A và một lần ở bàn B (giống như trò chơi trong chương trình "Chiếc nón kì diệu"). Hỏi bạn nào có xác suất quay một lần vào màu xanh và một lần vào màu đỏ cao nhất?*




Bàn xoay A




Bàn xoay B

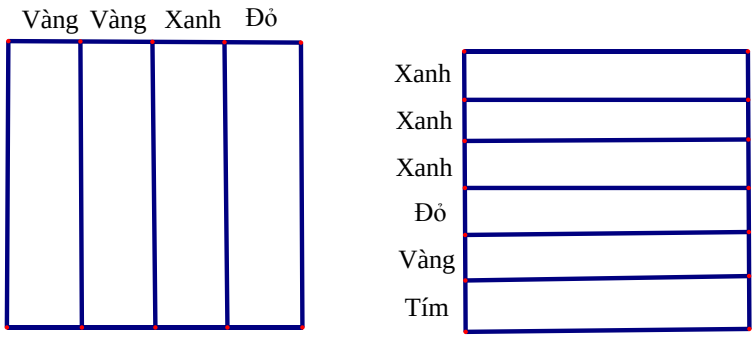
Trước hết, GV yêu cầu các nhóm giải được bài toán. Các nhóm đều đưa ra phương án giải bằng các quy tắc tính xác suất, GV nhận xét và đưa ra phương án giải chính xác:

Gọi xác suất được màu xanh và màu đỏ sau hai lần quay của ba bạn Thanh, Hải, Minh lần lượt là $P(T), P(M), P(H)$. Ta có:

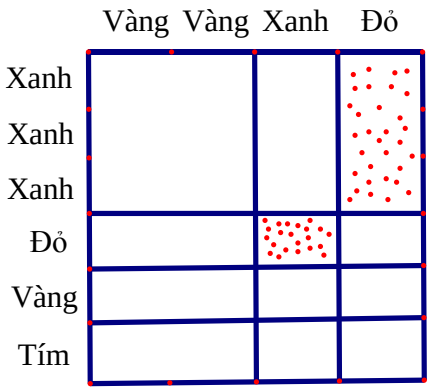
$$P(T)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8};\ P(M)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6};\ P(H)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

Việc đưa bảng vào để minh họa xác suất là vấn đề khó và HS thường sẽ rất ít khi có ý tưởng này. Trong trường hợp này, GV cần phải đưa ra cách thức dùng bảng để HS có thể xử lí trong các tình huống tương tự:

Dùng bảng để minh họa xác suất quay bàn A, B, coi mỗi lượt quay là một bảng




Tiếp đó, ta ghép hai bảng đan xen vào nhau để thể hiện kết quả cho hai lượt quay. Bảng dưới đây minh họa hai lần quay của bạn Minh và thể hiện xác suất quay được màu đỏ và xanh sau hai lần quay. Chồng hai bảng lên nhau để thể hiện kết quả cho hai lượt quay. Hình dưới đây minh họa hai lần quay của bạn Minh và thể hiện xác suất quay được màu đỏ và xanh sau hai lần quay:




Thông qua bài toán 2, HS sẽ được làm quen với cách nhìn nhận vấn đề theo nhiều phương diện, nhiều góc độ khác nhau, từ đó có nhiều cách tiếp cận để giải quyết vấn đề.

**Bài toán 4:** Một nhóm sinh viên tình nguyện có 8 bạn. Ngoài các công việc khác thì mỗi ngày sẽ có nhóm 3 bạn đến dạy học cho trẻ em ở nơi tình nguyện. Hỏi có thể sắp tối đa bao nhiêu nhóm dạy biết hai ngày dạy bất kì có không quá một thành viên tham gia cả hai.

GV yêu cầu các nhóm thực hiện nhiệm vụ theo các câu hỏi gợi ý sau:

- *Đầu tiên, GV đưa ra yêu cầu HS đưa bài toán phát biểu dưới dạng tập hợp:* Từ tập A gồm 8 phần tử cho trước có thể lập được nhiều nhất bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của A sao cho tập giao của 2 tập bất kì trong các tập con này đều không có 2 phần tử.

- *GV gợi ý cho các nhóm dự đoán và chứng minh mỗi một phần tử a bất kỳ thuộc A thuộc tối đa bao nhiêu tập hợp?*

(Giả sử có *n* tập, chứng minh mỗi phần tử thuộc không quá 3 tập hợp trong số *n* tập hợp con nói trên. Thật vậy, giả sử có 4 tập hợp chứa *a* là $\{a,a_1,a_2\};\{a,a_3,a_4\};\{a,a_5,a_6\};\{a,a_7,a_8\}$ thì do $a_i$ đều khác *a* nên phải tồn tại $i \neq j$ sao cho $a_i = a_j$. Không mất tính tổng quát có thể giả sử $i = 1$. Nếu $j = 2$ thì $\{a,a_1,a_2\}$ chỉ có 2 phần tử. Mâu thuẫn. Nếu $j > 2$, chẳng hạn $j = 3$ thì $\{a,a_1,a_2\} \cap \{a,a_3,a_4\} = \{a,a_1\}$, mâu thuẫn!

Như vậy mỗi một phần tử thuộc không quá 3 tập hợp).

- *GV: Đánh mỗi phần tử thuộc tối đa 3 tập hợp có ý nghĩa gì?*

(Suy ra trong các tập con được chọn của A, tổng số lần xuất hiện của tất cả các phần tử của A không quá 3 x 8 = 24 lần. Vì mỗi một tập con có 3 phần tử nên số tập con không quá 24/3 = 8. Suy ra $n \leq 8$).

-*GV: Đánh giá khả năng n=8 bằng cách nào?*

Thông qua bảng có thể chỉ ra 8 là giá trị lớn nhất như sau:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | X | X | X | | | | | |
| 2 | X | | | X | X | | | |
| 3 | X | | | | | X | | X |
| 4 | | X | | X | | | X | |
| 5 | | X | | | X | | | X |
| 6 | | | X | X | | | | X |
| 7 | | | X | | | X | X | |
| 8 | | | | | X | X | X | |

**Bài toán 5:** Một cuộc thi gồm có 98 thí sinh và 11 giám khảo. Mỗi thí sinh sẽ được từng giám khảo đánh giá và cho kết luận thí sinh đó đỗ hay trượt. Giả sử $k$ là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện với hai giám khảo bất kì có nhiều nhất $k$ thí sinh mà họ cho kết luận giống nhau. Chứng minh rằng $\frac{k}{98} \geq \frac{5}{11}$.

*GV: Tại sao trong bài toán này em lại nghĩ đến việc đưa bảng vào để giải quyết?* (Do 98 thí sinh đều có kết quả chấm của mỗi giám khảo trong 11 giám khảo nên nếu thiết lập bảng $98 \times 11$thì trong bảng sẽ thể hiện được các giả thiết của bài toán).

*GV: Trong bảng sẽ điền gì?* (Vì chỉ có trạng thái đỗ hay trượt nên có thể quy định ô $a_{ij}$ se được điền là 1 nếu thí sinh $i$ được giám khảo $j$ chấm đỗ và 0 nếu chấm trượt).

GV: *Như vậy chúng ta đã đưa bài toán về mô hình Toán học và đi tìm hướng giải quyết.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | … | | |
| 2 | 0 | | … | | |
| | ⋮ | | … | ⋮ | ⋮ |
| 97 | | | … | | |
| 98 | | | … | | |
| | 1 | 2 | | 10 | 11 |

Số cặp 2 cột một trong số 11 cột là $\frac{10 \times 11}{2} = 55$

Mỗi thí sinh có hai kết luận giống nhau nếu hai ô thuộc cùng một cặp trong cùng một hàng đều cùng là 0 hoặc 1, ta gọi đâ là số cặp loại (*)

Giả sử $k < \frac{98 \times 5}{11}$ thì trong mỗi hàng, số cặp loại (*) sẽ lớn hơn $98 - \frac{98 \times 5}{11} = \frac{98 \times 6}{11}$

Trong toán bảng, số cặp loại (*) sẽ lớn hơn $\frac{98\times 6}{11}\times 55=98\times 30\ (1)$

Gọi $m_i$ là số ô bằng 0 ở hàng thứ *i* thì số ô bằng 1 ở hàng *i* là $11-m_i$

Số cặp (*) ở hàng thứ *i* là $m_i(11-m_i)\le \frac{11^2-1}{4}=30$, nên số số cặp loại (*) sẽ không vượt quá $98\times 30\ (2)$.

Từ (1) và (2) vô lí nên điều giả sử sai, do đó ta có điều cần chứng minh.

*GV: Có thể tổng quát được bài toán hay không?*

HS nhận thấy có thể thay đổi số 98 hay 11 bằng các số khác mà vẫn không làm thay đổi bản chất và hướng giải quyết bài toán. Từ đó dẫn đến bài toán tổng quát: Trong một cuộc thi có *a* thí sinh và *b* giám khảo (*b* lẻ, lớn hơn 3). Mỗi thí sinh được từng giám khảo đánh giá và cho kết luận thí sinh đó đỗ hay trượt. Giả sử $k$ là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện với hai giám khảo bất kì có nhiều nhất $k$ thí sinh mà họ cho kết luận giống nhau. Chứng minh rằng $\frac{k}{a}\ge \frac{b-1}{2b}$.

*Sau khi hoạt động cùng các nhóm HS thông qua 5 bài toán, GV phát triển và xây dựng DAHT "Sử dụng bảng trong một số bài TRR".*

***Thời gian thực hiện*:** 1 tuần (có 3 tiết hoạt động của HS và GV để xây dựng, thực hiện dự án và 3 tiết báo cáo sản phẩm trên lớp).

***Yêu cầu sản phẩm*:** HS đưa ra sản phẩm đóng quyển và báo cáo trong đó xây dựng được hệ thống các bài TRR (khuyến khích gắn với các tình huống thực tiễn) và sử dụng bảng để giải quyết. Trong sản phẩm, HS cần phân tích được lí do sử dụng bảng để giải các bài TRR đó.

***b)Thực hiện dự án***

- GV cung cấp câu hỏi định hướng đã thiết kế cho HS (mục 2.2.2.3.).
- Các nhóm tiến hành lập kế hoạch thực hiện dự án, phân công thành viên tìm tài liệu, thành viên tìm, xây dưng các ví dụ minh họa, lập kế hoạch họp nhóm để thảo kiểm tra lại các nội dung mà mỗi thành viên đã nghiên cứu, các vấn đề cần trao đổi,...
- Các nhóm thực hiện dự án theo kế hoạch. Trong quá trình thực hiện có thể trao đổi với GV những vấn đề khó khăn, điều chỉnh dự án theo gợi ý của GV,...

***c)Tổng hợp và đánh giá kết quả***

- GV và HS nghe các nhóm báo cáo, đặt ra các câu hỏi liên quan đến nội dung của dự án, tiến hành nhận xét, đánh giá.

- Trong các tiết báo cáo, HS tập trung nghe và chủ động ghi chép kiến thức, các phân tích và lưu ý trong khi sử dụng PP bảng trong TRR. Qua đó rèn luyện năng lực tự học của HS.

- GV tổng kết và cho điểm dự án của nhóm, kết hợp với phiếu đánh giá cá nhân của nhóm để cho điểm cụ thể mỗi thành viên.

**) Vận dụng, thiết lập quy trình hoặc đề xuất mới:* HS không chỉ thiết kế bảng mà còn đề xuất xây dựng các mô hình khác trong Toán tổ hợp (một trong số đó là Lí thuyết đồ thị), thay đổi cách tiếp cận bài toán bằng PP đại lượng bất biến để đánh giá được những đối tượng không đổi.

***2.3.2.4. Dự án "Đề xuất một số vận dụng của LTĐT vào thực tiễn"***

LTĐT thuộc chủ đề TRR và nằm trong chương trình cho HS chuyên Toán lớp 12 [33]. Mục tiêu của nội dung này là HS nắm được một số kiến thức cơ bản về LTĐT, biết mô hình hóa một số bài toán thực tế đơn giản và vận dụng LTĐT để giải quyết vấn đề. Đây cũng chính là mục đích của chúng tôi khi thiết kế DHAT *"Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn"*. GV và HS có 3 tiết để triển khai dự án, 2 tuần cho HS thực hiện dự án và 3 tiết báo cáo sản phẩm. Triển khai nội dung LTĐT dưới dạng DAHT trước hết sẽ tạo quỹ thời gian nhiều hơn so với thời gian chính khóa trên lớp, bên cạnh đó HS hoàn toàn chủ động trong tìm hiểu, nghiên cứu sâu những nội dung và vận dụng của LTĐT. Hơn nữa đây là vấn đề khó nên việc thực hiện DAHT giúp các HS với các năng lực tự học khác nhau có thể tự lực thực hiện những nhiệm vụ trong dự án với độ phức tạp phù hợp với năng lực của mình.

***a) Chọn chủ đề và xây dựng DAHT***

Trước hết HS cần nghiên cứu kĩ lí thuyết về đồ thị, một số vận dụng của LTĐT vào thực tiễn, cách thức mô hình hóa một số bài toán thực tế thông qua đồ thị, vận dụng LTĐT để giải quyết vấn đề. Sản phẩm sau DAHT là các nhóm sưu tầm và tự xây dựng được một số ví dụ thực tế và mô hình hóa bằng đồ thị.

- HS lựa chọn nhóm làm việc và cần xác định rõ nhiệm vụ, mục tiêu, sản phẩm của dự án.

- GV xác định các kiến thức cơ bản về LTĐT cần trang bị cho HS như: đỉnh, cạnh, bậc của đỉnh, đường đi, liên thông, chỉ số liên thông, chu trình đồ thị,... và xác định các kiến thức và kĩ năng HS hình thành được sau dự án:

*Bước 1: Trang bị kiến thức*

-Trước hết GV dành 2 tiết để củng cố lại những nội dung kiến thức đã trang bị cho HS trong các bài giảng trước thông qua một số hoạt động. Việc này nhằm mục đích giúp HS có thể huy động linh hoạt vốn kiến thức mình đã biết để mô hình hóa một số bài toán thực tiễn.

- GV dành 1 tiết để giới thiệu về dự án sẽ triển khai *"Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn"*.

*Bước 2: GV chia lớp học thành các nhóm:* GV chia lớp thành các nhóm HS và đều thực hiện chung một dự án.

***b)Thực hiện dự án***

*Bước 1: Các nhóm tổng hợp lại một số kiến thức về LTĐT đã được trang bị thông qua một số hoạt động trên lớp*

Đối với một nội dung khó như LTĐT thì để HS có thể tự thiết kế các bài toán hay vận dụng ngay kiến thức của mình vào các bài toán thực tế là điều khó khăn. Chính vì vậy trước hết GV cần giao nhiệm vụ cho các nhóm nghiên cứu vào các bài toán cụ thể để các em bước đầu nắm được cách thức vận dụng đồ thị mô hình hóa các bài toán thực tế. Sau đó HS sẽ tùy theo năng lực của bản thân để phát triển dự án *"Vận dụng LTĐT vào một số tình huống thực tiễn"*.

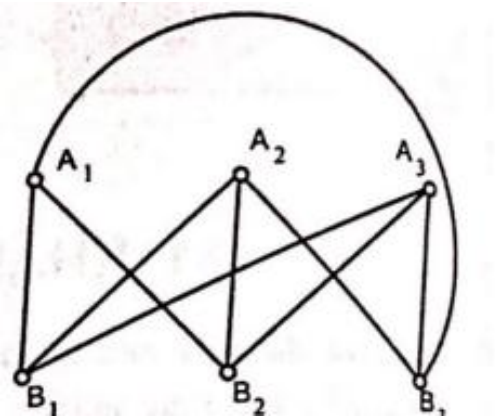
Sau đây là một số hoạt động dựa trên những bài toán cụ thể để qua đó bước đầu HS sẽ hình thành được một quy trình dùng LTĐT để mô hình hóa tình huống. GV và HS sẽ cùng thực hiện trên lớp trong 2 tiết.

*Hoạt động 1:* Nhắc lại các kiến thức cơ bản của LTĐT (đỉnh, cạnh, đồ thị vô hướng, đồ thị có hướng, đồ thị đẳng cấu, đồ thị con, đường đi, chu trình của đồ thị,...)

*Hoạt động 2*: Mô hình hóa bằng đồ thị và nêu phương án giải cho bài toán sau đây: "Có ba ngôi nhà $A_1, A_2, A_3$ và ba cái giếng $B_1, B_2, B_3$. Mỗi nhà có ba con đường đi từ đó tới ba cái giếng. Hỏi có thể làm những con đường như vậy sao cho không có hai con đường nào cắt nhau hay không?" [33].

Để giải bài toán này, trước hết cần phải biểu diễn các nhà bằng các điểm $A_1, A_2, A_3$ trên mặt phẳng và các điểm $B_1, B_2, B_3$ biểu diễn các giếng . Mỗi con đường đi nối từ nhà $A_i$ tới giếng $B_j$ là một đường liên tục nối điểm nhà $A_i$ và điểm biểu diễn giếng $B_j$. Khi đó bài toán được đưa về LTĐT như sau: liệu có những đường nối mỗi

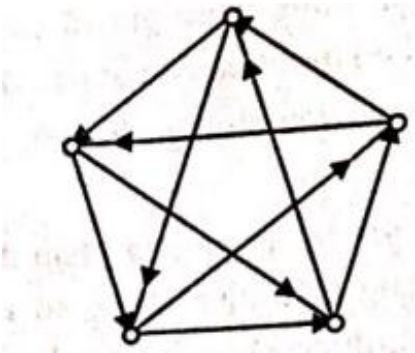
điểm $A_1, A_2, A_3$ tới các điểm $B_1, B_2, B_3$ trên mặt phẳng sao cho không có hai con đường nào cắt nhau hay không. Mục đích của GV là HS có thể đưa ra được một mô hình đồ thị có 6 đỉnh và 9 cạnh. Đồ thị dưới minh họa bài toán đặt ra.




Các kiến thức hình học thông thường không còn giúp được HS trong việc giải quyết bài toán. Để giải được bài toán đòi hỏi người học phải tìm ra được mối quan hệ sâu sắc hơn giữa các đỉnh và các cạnh của đồ thị.

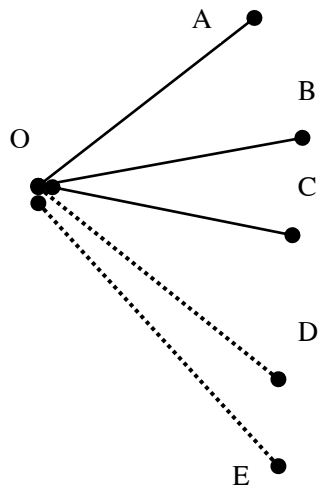
*Hoạt động 3*: Mô hình hóa bằng đồ thị và nêu phương án giải bài toán sau đây: Ở một giải đấu bóng đá có một số đội tham gia. Hai đội bất kì phải đấu với nhau đúng một trận. Điểm cho mỗi trận là: thắng được 1 điểm, thua được 0 điểm (không có hòa). Hỏi có thể xảy ra tình huống tất cả các đội bóng đều có số điểm bằng nhau khi kết thúc giải hay không?

Mục đích của GV trong hoạt động này là HS có thể xây dựng được một đồ thị có hướng, với các đội là các đỉnh của đồ thị. Nếu như đội *x* thắng đội *y* thì ta biểu diễn hai đỉnh *x, y* được nối với nhau bởi một cạnh có hướng đi từ *x* tới *y* và ngược lại. Bài toán được đặt ra là có hay không đồ thị có hướng gồm *n* đỉnh tương ứng với *n* đội sao cho số cạnh xuất phát từ tất cả các đỉnh của đồ thị là bằng nhau. Đồ thị có hướng dưới đây minh họa bài toán với *n = 5*.



*Hoạt động 4:* Giải bài toán sau bằng LTĐT: Trong phòng có 6 người, chứng minh rằng tồn tại 3 người hoặc đôi một quen nhau hoặc đôi một không quen nhau.

(*Gợi ý hướng giải quyết bài toán của GV*: Biểu diễn mỗi người là 1 điểm của đồ thị, ta dùng đoạn nét liền nối 2 điểm biểu diễn 2 người bất kì nếu hai người đó quen nhau và nét đứt nếu hai người không quen nhau. Xét 6 điểm O, A, B, C, D, E đại diện cho 6 người. Do hai người bất kì thì có quan hệ quen nhau hoặc không quen nhau nên trong 5 đoạn thẳng nối O với các điểm còn lại tồn tại ít nhất 3 đường nét liền hoặc 3 đường nét đứt. Ta cần chứng minh trong các tam giác tạo thành có tam giác có 3 cạnh nét liền hoặc 3 cạnh nét đứt.




Theo nguyên lí Dirichlet, trong 5 đoạn OA, OB, OC, OD, OE phải tồn tại ba đoạn cùng nét liền hoặc cùng nét đứt. Không mất tính tổng quát, giả sử có ba đoạn nét liền là OA, OB, OC. Nếu 3 điểm A, B, C được nối với nhau bởi 3 đoạn nét liền hoặc bởi 3 đoạn nét đứt thì bài toán được giải quyết. Còn nếu không thì trong 3 đoạn này sẽ tồn tại 1 đoạn nét liền, như vậy sẽ tạo thành tam giác có 3 cạnh nét liền trong đó có 1 đỉnh là đỉnh O. Ba người này sẽ đôi một quen nhau).

*Bước 2: Các nhóm tiến hành lập kế hoạch thực hiện dự án*

- Sau khi thực hiện các hoạt động trong 2 tiết trên lớp cùng GV, các nhóm có thể bước đầu đã nắm được quy trình của một bài toán thực tế cần mô hình hóa và giải bằng LTĐT.

- Nhóm trưởng lập sơ đồ tư duy nội dung kiến thức nhóm mình thực hiện, qua đó lập kế hoạch cụ thể việc thực hiện dự án cho nhóm: ai thực hiện những nội dung nào? Thời gian hoàn thành? Sử dụng những tài liệu tham khảo nào?

- Các nhóm sẽ tiếp tục phân chia thành nhóm nhỏ 1-2 người, sưu tầm hoặc xây dựng các bài toán. Mỗi nhóm nhỏ đều phải giải thích được: tại sao lai mô hình như vậy? dùng nội dung nào trong LTĐT để xử lí? các tình huống đặc biệt nào xảy ra? mở rộng của bài toán như thế nào?

| Nhiệm vụ | Nội dung | Thời gian thực hiện | Người thực hiện (*) | Kết quả thu được |
|---|---|---|---|---|
| NV 1 | Tổng kết một số nội dung quan trọng trong LTĐT | 2 tiết | Cả nhóm | |
| NV2 | Phân tích lại các ví dụ thực tế GV đã cung cấp về vận dụng đồ thị | 2 ngày | Thành viên 1+2 | |
| NV3 | Chuẩn bị trước các tài liệu hỗ trợ tham khảo (photo, tải trên mạng, điều kiện truy cập các trang web) | 2 ngày | Thành viên 3+4 | |
| NV4 | Tìm hiểu, xây dựng các ví dụ thực tế có vận dụng LTĐT | 1 tuần | Các cá nhân thực hiện và tiến hành thảo luận, tổng hợp trong nhóm | |
| 4.1 | Phân tích các yếu tố có thể mô hình họa được bằng đồ thị | | | |
| 4.2 | Giải quyết các vấn đề đã được mô hình hóa dựa trên LTĐT | | | |
| 4.3 | Mở rộng và các ứng dụng khác (nếu có) | | | |
| NV5 | Thiết kế các sản phẩm báo cáo (In chuyên đề, chuẩn bị Powerpoint, Prezi,…) | 3 ngày | Thành viên 5+6 | |
| 5.1 | Chuẩn bị bài thuyết trình, cử đại diện báo cáo | 1 ngày | Nhóm trưởng | |
| 5.2 | Dự kiến trả lời các vấn đề có thể được hỏi trong quá trình báo cáo | 1 ngày | Cả nhóm | |
| NV7 | …. | …. | ….. | |

(*) *Người thực hiện có thể thay đổi tùy theo sự chủ động của nhóm*

*Bước 3: Thực hiện dự án theo kế hoạch:* Các nhóm giao cho các thành viên thực hiện xây dựng các luận cứ để giải thích cho câu hỏi bài học: những tình huống thực tiễn với đặc điểm chung nào giúp em nhận thấy nên dùng LTĐT để giải quyết? Không phải bất kì một bài toán nào cũng vận dụng LTĐT để giải mà điều đó còn phụ thuộc vào các yếu tố đã cho của bài toán. HS cần nghiên cứu để phân tích được khi đứng trước một vấn đề làm thế nào để ta có thể xác định là liệu vấn đề đó có thể đưa về được bài toán mà có thể được mô hình hóa và giải quyết bằng LTĐT hay không.

Sau khi đã thống nhất xây dựng được các luận cứ để giải thích cho câu hỏi bài học, nhóm trưởng sẽ thống nhất các nội dung trình bày trong báo cáo và phân chia công việc tiếp theo (thiết kế slide, in ấn, thuyết trình,...).

***c)Tổng hợp và đánh giá kết quả***

**) Nhiệm vụ của GV:*

-Tổ chức trước cho HS các kĩ năng báo cáo, duyệt các tài liệu, phương tiện hỗ trợ báo cáo, tổ chức buổi báo cáo.

- Hướng dẫn cách đánh giá cho điểm của GV và HS đối với mỗi nhóm. Kết luận chung cho sản phẩm và đánh giá hiệu quả làm việc của các nhóm. Tổng hợp các kết quả đánh giá.

- GV cần chuẩn bị các câu hỏi pháp vấn HS trong buổi báo cáo. GV có thể kiểm tra được kiến thức của HS về nội dung LTĐT qua các câu hỏi sau :

*Câu hỏi 1*: *Một bài toán đồ thị luôn được xác định bởi các yếu tố nào?*

Trả lời: Đồ thị G(V, E) (Graph) được xác định bởi yếu tố tập các đỉnh V ("vertex") và tập các cạnh E ("edge")).

*Câu hỏi 2: Các cạnh dùng để nối các đỉnh, biểu thị mối quan hệ nào đó giữa các đỉnh. Vậy những bài toán thực tế như thế nào có thể mô hình được bằng đồ thị?*

GV cần nhận định HS rất khó có thể trả lời ngay được câu hỏi này, vì vậy GV cần phải tổ chức cho HS hoạt động để nhận ra các yếu tố của LTĐT tiềm ẩn trong bài toán. Cụ thể: yếu tố nào của bài toán sẽ là đỉnh? yếu tố nào sẽ là cạnh? đỉnh thì thường tương ứng với các đối tượng, còn cạnh tương ứng với các quan hệ. Thông qua các tìm hiểu, phân tích, GV cần giúp HS nhận thấy *các bài toán hàm chứa các đối tượng và mối quan hệ giữa chúng* thì có thể mô hình hóa bằng đồ thị được. Nếu HS không phát hiện được vấn đề này thì GV cần hỗ trợ HS vì đây là điều kiện quan trọng trong giải quyết bài toán đồ thị.

*Câu hỏi 3: Dấu hiệu nhận biết những tình huống sử dụng đồ thị có hướng*?

Trả lời: Trong thực tế chúng ta hay gặp các mối quan hệ một chiều như A thắng B, A nhanh hơn B, A nhiều hơn B,... Những mối quan hệ này theo kiểu một chiều, ví dụ A thắng B thì B không thắng A được. Khi ta gặp bài toán có mối quan hệ một chiều như vậy thì nên nghĩ đến tình huống có thể mô hình hóa bởi đồ thị có hướng hay không và từ đó có thể xử lí được bằng các kiến thức đồ thị có hướng mà ta đã biết. Đối với những bài toán có sử dụng các mối quan hệ đối lập nhau giữa các đối tượng như "quen và không quen", "có đường đi hay không có đường đi", đồng thời các tình huống thường là ít nhất 3 đối tượng tạo thành một vòng tròn thì thường liên hệ tới các bài toán có cạnh hoặc đỉnh được tô màu.

- GV cần phân tích, đánh giá:

+ Các bài toán đưa ra có gần gũi với thực tế hay không? LTĐT đã giải quyết hiệu quả như thế nào? HS có thể đưa phương án giải quyết nào khác ngoài LTĐT?

+ Hệ thống bài toán đưa ra có hợp lí theo trình tự từ dễ đến khó hay không? Mỗi bài toán đã phân tích được cơ sở dùng đồ thị, đã sử dụng các định lí nào?

+ Mức độ phân dạng, phân tích được cách giải quyết một lớp các bài toán tương đương và cách vận dụng vào các tình huống tương tự.

+ Trong báo cáo sản phẩm các luận điểm đưa ra có chính xác và có minh chứng đầy đủ hay không?

GV tổ chức DAHT cùng các GV tham dự buổi báo cáo cho điểm vào các phiếu đánh giá của mỗi nhóm, sau đó đưa lại cho nhóm trưởng để các em chủ động tổng hợp điểm dự án của mỗi cá nhân và cả nhóm.

**) Nhiệm vụ của HS:*

- Sau khi đã tổng hợp các nội dung nghiên cứu, nhóm trưởng phân công thành viên soạn thảo văn bản, soạn thảo trình chiếu, phân công thành viên đặt các câu hỏi tình huống và phương án trả lời mà GV và các nhóm khác có thể hỏi, phân công thành viên báo cáo sản phẩm, luyện tập báo cáo thuyết trình.

- Nhóm trưởng họp nhóm, phát phiếu đánh giá cho các thành viên, mỗi thành viên cho điểm bạn theo các thang điểm dựa trên tinh thần và hiệu quả làm việc trong nhóm.

- Hoàn thiện phiếu nhìn lại quá trình thực hiện dự án của các thành viên trong nhóm.

- Nhóm trưởng có nhiệm vụ tổng hợp các nhận xét, đánh giá của GV, tổng hợp các phiếu chấm, tổng hợp điểm cụ thể của mỗi thành viên và nộp lại cho GV sau buổi báo cáo sản phẩm.

**) Vận dụng, thiết lập quy trình hoặc đề xuất mới:* HS đề xuất hoặc GV gợi ý nhiệm vụ đưa ra một quy trình chuyển đổi từ bài toán thông thường sang đồ thị (dấu hiệu chung, dấu hiệu nhận dạng đồ thị có hướng, dấu hiệu bài toán tô màu), và HS có thể tiếp tục phát triển dự án theo hướng này.

***2.3.2.5. Dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab"***

Trong quá trình HS thực hiện dự án, HS sẽ thực hiện các nhiệm vụ được giao như dùng phần mềm Google maps để xác định đường đi ngắn nhất trên thực tế, xác định các chu trình di chuyển theo các bài toán đặt ra trong dự án, từ đó hình thành và thiết lập được công thức tính khoảng cách của hình học Taxicab.

HS chủ động phân chia nhiệm vụ để thực hiện đồng thời hai dự án nhỏ theo gợi ý của GV, tổng hợp, đưa ra hai sản phẩm khác nhau trong dự án chung về khám phá khoảng cách Taxicab:

- Sản phẩm về ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế: trước hết là giải quyết các tình huống đươc đặt ra trong dự án, sau đó chủ động xây dựng các tình huống thực tế khác có vận dụng khoảng cách Taxicab. Các nhóm sử dụng phần mềm Sketchpad để minh họa. Nhiệm vụ này lại được chia nhỏ cho các thành viên khác trong nhóm.

- Sản phẩm về tương tự hóa giữa hình học Ơclit và hình học Taxicab trong xây dựng khái niệm đường tròn và đường elip. Để HS có thể nắm được ý tưởng và có PP thực hiện nhiệm vụ, GV cần gợi ý cho HS từ định nghĩa về đường tròn và đường elip dựa trên khoảng cách trong hình học Ơclit, chúng ta có thể xét khái niệm tương tự khi đã có khoảng cách Taxicab. Minh họa trên nề Sketchpad và áp dụng vào tình huống thực tiễn. Vì đây là một nội dung mới nên khi HS thực hiện dự án này, GV cần phải nắm được các bước thực hiện, các kết quả tìm hiểu của HS để có sự điều chỉnh, hỗ trợ kịp thời. Bên cạnh đó GV cần cung cấp nguồn tài liệu về hình học Taxicab cho HS nghiên cứu. Nhiệm vụ này được HS chia nhỏ để thực hiện: HS thực hiện về đường tròn, HS thực hiện về đường elip.

GV sẽ đưa ra một tình huống thực tế và cùng học sinh giải quyết trên lớp trong 2 tiết để dẫn đến khái niệm khoảng cách Taxicab và khai thác một số tính chất cơ bản. Sau đó GV giao dự án để HS nghiên cứu sâu thêm các tính chất và các bài toán vận dụng thực tiễn trong 2 tuần. Tiếp theo HS có 1 tuần để chuẩn bị sản phẩm và báo cáo trước lớp trong 3 tiết cho tất cả các nhóm. Thông qua DHTDA, HS có điều kiện tìm hiểu sâu về kiến thức, có các kĩ năng làm việc độc lập cũng như làm việc theo nhóm, phát huy năng lực tự học, có cơ hội trình bày những nghiên cứu của bản thân, của nhóm và nhận được sự đánh giá, đóng góp của GV và các thành viên trong lớp.

***a) Chọn chủ đề và xây dựng DAHT***

*- Tiếp cận khái niệm khoảng cách Taxicab*

Để HS có thể hình thành khái niệm khoảng cách Taxicab, GV có thể bắt đầu từ trường hợp thực tế như sau: Quy hoạch của một thành phố được chia thành các trục đường song song, cách đều nhau theo hướng Bắc - Nam, Đông - Tây, và ta có thể coi như một mặt phẳng tọa độ *(Oxy)*. Tình huống có một bệnh nhân ở vị trí $X(1;4)$ cần đưa đi cấp cứu và trong thành phố có hai bệnh viện đặt tại vị trí là $A(2;1)$ và $B(-1;1)$. Hỏi xe cấp cứu cần đưa bệnh nhân đến bệnh viện nào để quãng đường đi ngắn nhất? Rõ ràng xe cấp cứu cũng phải đi theo các tuyến đường chứ không để đi thẳng từ $X$ tới $A$ (hoặc $B$). Do đó khoảng cách Ơclit không còn được áp dụng trong

tình huống thực tế này. Từ đó GV hướng HS đến việc xây dựng được một công thức tính khoảng cách phù hợp hơn trong một số trường hợp cụ thể.

GV đưa ra câu hỏi tiếp theo cho HS: Nếu ta di chuyển trên các tuyến đường nội thành, cần phải di chuyển theo các trục đường ngang, dọc, hoặc phức tạp hơn là phải di chuyển vào các đường một chiều thì khi đó việc xác định đường đi ngắn nhất đến một vị trí có phải là đoạn thẳng nối hai điểm đó như trong hình học Ơclit hay không? Trên thực tế chúng ta có thường di chuyển theo đường thẳng nối hai vị trí hay không? HS có thể trả lời được các câu hỏi mà GV đặt ra và nhận ra rằng nhiều trường hợp trên thực tế sẽ không được giải quyết triệt để nếu chỉ vận dụng kiến thức của hình học Ơclit. GV dẫn dắt HS đến việc tìm hiểu khoảng cách trên thực tế di chuyển và khám phá khoảng cách trong hình học Taxicab.

GV thiết kế DAHT và tổ chức các hoạt động cho HS để hình thành khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab, các hoạt động tương tự hóa với hình học Ơcit nhằm xây dựng các tính chất và ứng dụng của hình học Taxicab.

- *GV chia lớp học thành các nhóm*

Chia lớp thành các nhóm thực hiện dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab", các nhóm tiến hành bầu nhóm trưởng, thư kí.

***b)Thực hiện dự án***

Mục đích trong giai đoạn này là thông qua các hoạt động theo định hướng của câu hỏi nghiên cứu, HS một cách tự nhiên nhất xây dựng được khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab và các ứng dụng thực tế của khái niệm đó.

Thông qua khái niệm khoảng cách Taxicab mà HS xây dựng được, GV yêu cầu HS đối chiếu, tương tự hóa các khái niệm và các đường trong hình học Ơcit để xây dựng các khái niệm và đường tương ứng trong hình học Taxicab. Qua đó, ngoài việc thu nhận được thêm các kiến thức mới, HS còn rèn luyện được năng lực tự học và giải quyết vấn đề.

*Bước 1: Thiết kế các hoạt động của HS để xây dựng khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab*

| STT | **Nội dung hoạt động** | **Hoạt động của GV** | **Hoạt động của HS** | **Thiết bị** |
|---|---|---|---|---|
| **1** | | Khoảng cách ngắn nhất khi di chuyển giữa hai địa điểm trong thành phố được xác | HS dùng bản đồ du lịch thành phố hoặc dùng Google maps để tìm đường đi ngắn nhất | Bản đồ thành phố, máy tính, |

| STT | Nội dung hoạt động | Hoạt động của GV | Hoạt động của HS | Thiết bị |
|---|---|---|---|---|
| | Các hoạt động thực tiễn hình thành khái niệm mới | định như thế nào? Thiết kế chu trình di chuyển phù hợp trên thực tế | giữa hai địa điểm cụ thể. | phần mềm Google maps. |
| | | GV cho địa điểm cụ thể và yêu cầu HS chỉ ra đường đi ngắn nhất giữa hai địa điểm Chứng tỏ rằng chu trình em chọn là ngắn nhất. | Bằng tư duy, phân tích và phán đoán, tìm cung đường ngắn nhất. Kiểm tra lại bằng Google maps. | |
| **2** | | Em hãy kiểm tra lại xem chu trình di chuyển gần nhất giữa hai vị trí có phải là duy nhất không? Nếu đã gắn tọa độ thì em có thể xác định được bao nhiêu phương án tối ưu di chuyển giữa hai vị trí. | -Các thành viên trong mỗi nhóm tập trung suy nghĩ, tìm phương án trả lời. | |
| | | Dùng tỉ lệ trên bản đồ để xác định khoảng cách địa lý theo đường chim bay giữa hai vị trí (khoảng cách Ơclit). So sánh khoảng cách này với khoảng cách thực di chuyển thực tế | Hoạt động theo nhóm | Sử dụng bản đồ, máy tính và tìm các thông tin tham khảo. |
| | | Em tìm hiểu xem các tuyến cáp treo nối hai vị trí ở các điểm du lịch được thiết kế như thế nào? Có gì khác so với đường đi của xe taxi? | Hoạt động theo nhóm, sử dụng máy tính nối mạng, tìm hình ảnh minh họa . | |
| **3** | Xây dựng khái niệm khoảng cách trong hình học Taxicab. | Thông thường các con đường trong thành phố được thiết kế song song hoặc vuông góc với nhau và ta coi như một mặt phẳng tọa độ thì khoảng cách giữa hai vị trí được xác định theo công thức nào? | HS xây dựng được công thức tính khoảng cách giữa hai điểm trong hình học Taxicab. Trong mặt phẳng tọa độ $(Oxy)$ cho hai điểm $A(x_1;y_1)$ $B(x_2;y_2)$. Khoảng cách trong hình học Taxicab được định nghĩa: $d_T(A;B)=\|x_1-x_2\|+\|y_1-y_2\|$. | |

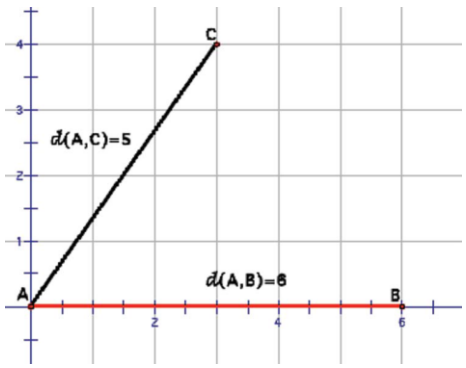
Mục đích của các hoạt động trên là giúp HS tìm hiểu, chỉ ra điểm khác biệt giữa khoảng cách Ơclit và khoảng cách Taxicab trong thực tiễn. Ví dụ đường cáp treo thường được thiết kế tối ưu bằng cách nối thẳng hai vị trí, còn trên thực tế chúng ta thường không thể di chuyển theo đoạn thẳng nối hai vị trí, nên chu trình ngắn nhất thường không phải trên đường thẳng. Bên cạnh đó chu trình ngắn nhất cũng không phải là duy nhất. Qua hình ảnh bản đồ hoặc Google maps, HS sẽ nhận thấy chu trình ngắn nhất nối hai vị trí trong thành phố trên thực tế thường không phải là đoạn thẳng, hơn nữa chu trình ngắn nhất không phải là duy nhất. Nếu trang bị hệ trục tọa độ vào bản đồ thành phố, GV yêu cầu các em xác định khoảng cách các điểm trên thực tế dựa vào tọa độ của chúng. Từ hoạt động trên, mục tiêu là HS sẽ viết được đúng công thức khoảng cách trong hình học Taxicab.

GV cần hướng HS so sánh khoảng cách Taxicab và khoảng cách trong hình học Ơclit để rút ra nhận xét với khoảng cách Ơclit $d(A;B)=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ thì $d_T(A;B)\geq d(A;B)$.

Ở ví dụ minh họa sau, với $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(3;4)$, ta xác định khoảng cách:

$d_T(A;B)=d(A;B)=6$;

$d(A;C)=5$; $d_T(A;C)=7$.




Khoảng cách Taxicab phù hợp hơn trong nhiều trường hợp thực tế. Căn cứ vào cách xác định khoảng cách Taxicab sẽ có những tính chất hình học khác nhau so với hình học Ơclit mà HS cần đi tìm hiểu và khai thác.

*Bước 2: Các nhóm tiếp tục thực hiện dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab"*

Sau các hoạt động của HS để hình thành khái niệm khoảng cách Taxicab, GV hướng HS thực hiện hai nhiệm vụ trong dự án là tìm hiểu về những "*Ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế*" và "*Xây dựng khái niệm tương tự về đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách Taxicab*". Dự án giúp HS biết được một số vận dụng thực tiễn của hình học Taxicab. Bên cạnh đó, HS được rèn luyện thao tác tư duy tương tự hóa trong toán học khi xây dựng đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách mới. Việc thực hiện dự án giúp HS mò mẫm, dự đoán, tìm PP giải toán. mở rộng, vận dụng kiến thức và nâng cao năng lực tự học của HS.

Một số câu hỏi để hỗ trợ HS có thể dùng để tự nghiên cứu và thực hiện dự án được chúng tôi trình bày trong phụ lục 7, tr P31.

GV yêu cầu sản phẩm đầu ra là tài liệu Word cùng trình chiếu Powerpoint về các ứng dụng thực tiễn và các định nghĩa tương tự về 3 đường conic trong hình học Taxicab. Vẽ được hình trên nền Sketchpad minh họa các đường.

*Các nhóm tiến hành xây dựng kế hoạch thực hiện dự án.*

| **Nhiệm vụ (NV)** | **Nội dung** | | **Thời gian thực hiện** | **Người thực hiện** | **Kết quả** |
|---|---|---|---|---|---|
| NV 1 | Tìm hiểu về bộ câu hỏi định hướng. | | | | |
| 1.1 | Nghiên cứu các câu hỏi về ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế. | | 3 ngày | Thành viên 1+2+3 | |
| 1.2 | Nghiên cứu các câu hỏi về tương tự hóa giữa hình học Ơclit và hình học Taxicab trong xây dựng khái niệm ba đường conic. | | 3 ngày | Thành viên 4+5+6 | |
| 1.3 | Sử dụng bản đồ, phần mềm Google maps để thực hiện các hoạt động GV yêu cầu. Xây dựng công thức tính khoảng cách trong hình học Taxicab. | | 3 ngày | Cả nhóm | |
| NV2 | Chuẩn bị trước các tài liệu hỗ trợ tham khảo (photo, tải trên mạng, điều kiện truy cập các trang web). | | 3 ngày | Cả nhóm | |
| NV3 | Nhóm dự án "*Ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế*". | Xây dựng các vận dụng thực tế của môn học. Tìm hình ảnh minh chứng. | 5 ngày | Thành viên 1+2+3 | |
| | Nhóm dự án: "*Xây dựng khái niệm tương tự về đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách Taxicab*". | Xây dựng các khái niệm tương tự trong hình học Taxicab. | | Thành viên 4+5+6 | |
| | | Thiết kế tình huống thực tiễn minh họa. | | | |
| | | Dùng phần mềm minh họa các quỹ tích trong hình học Taxicab. | | | |
| NV4 | Thiết kế các sản phẩm báo cáo (In chuyên đề, chuẩn bị Powerpoint, Prezi,…). | | 5 ngày | Thành viên 1+4 | |
| 4.1 | Chuẩn bị thuyết trình, cử đại diện báo cáo. | | | Nhóm trưởng | |
| 4.2 | Dự kiến trả lời các câu hỏi có thể được pháp vấn trong quá trình báo cáo. | | | Cả nhóm | |
| NV5 | …. | | …. | ….. | |

(*) *Người thực hiện có thể thay đổi tùy theo sự chủ động của nhóm*

HS tìm hiểu về các tiêu chí đánh giá, các mẫu phiếu đánh giá trong bộ công cụ đánh giá của GV và định hình trước quá trình thực hiện, kết quả đạt được, các tình huống có thể xảy ra và các phương án giải quyết.

*Tiến trình thực hiện dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab"*

| STT | Nội dung hoạt động | Hoạt động của GV | Hoạt động của HS | Thiết bị |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Xác định tên dự án và giao dự án cụ thể cho các nhóm. | Yêu cầu HS nghiên cứu, tìm hiểu và xây dựng các vận dụng thực tế của khoảng cách Taxicab. | Mỗi nhóm lựa chọn một trưởng nhóm, một thư kí.<br>Trong nhóm có thể giao nhiệm vụ chi tiết hơn cho các thành viên để thực hiện dự án. | Máy tính nối mạng, phần mềm Google maps, các tài liệu tham khảo về HH Taxicab. |
| | | GV đề xuất hướng nghiên cứu "*Ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế*". | | |
| | | Yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa đường tròn, đường elip trong hình học Ơclit. Gợi ý khi HS đã có khoảng cách Taxicab. Tìm ứng dụng trên thực tế. | Nhóm được giao này cần đưa ra định nghĩa và vẽ hình minh họa đường tròn, đường elip với khoảng cách Taxicab. Xây dựng các ứng dụng trên thực tế | |
| | | GV đề xuất hướng nghiên cứu "*Xây dựng khái niệm tương tự về đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách Taxicab*". | HS hoạt động theo nhóm, xây dựng định nghĩa tương tự với hình học Ơclit. | |
| 2 | Hoạt động với bộ câu hỏi định hướng | GV thiết kế bộ câu hỏi định hướng cho các nhóm. | HS nghiên cứu bộ câu hỏi định hướng. Các nhóm có thể chia nhỏ để giải quyết các nhiệm vụ riêng cụ thể. | |
| | Xác định các sản phẩm cần | Các sản phẩm em đưa ra báo cáo là gì? | -Nghiên cứu "*Ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế*"<br>Xây dựng được công thức | |

| STT | Nội dung hoạt động | Hoạt động của GV | Hoạt động của HS | Thiết bị |
|---|---|---|---|---|
| **3** | xây dựng. | | khoảng cách Taxicab và tìm hiểu, xây dựng và minh chứng bằng hình ảnh các ứng dụng thực tế của hình học Taxicab.<br>Thuyết trình bằng Powerpoint.<br>-Nhiệm vụ "*Xây dựng khái niệm tương tự về đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách Taxicab*".+Sản phẩm 1: Xây dựng được định nghĩa tương tự về đường tròn, đường elip. Xây dựng vấn đề thực tiễn và vẽ hình minh họa trên nền Sketchpad<br>+Sản phẩm 2: Xây dựng các slide trình chiếu và thuyết trình. | |
| **4** | Lập kế hoạch thực hiện dự án | -Yêu cầu HS lập kế hoạch để thực hiện các nhiệm vụ. Xác định thời gian thảo luận nhóm, thời gian hoàn thành.<br>-Thông báo thời gian làm việc của GV với mỗi nhóm để kiểm tra tiến độ và định hướng thực hiện dự án. | HS có thể sử dụng sơ đồ tư duy để lập kế hoạch và các nhiệm vụ học tập chi tiết, phân công nhiệm vụ cụ thể cho các thành viên, định địa điểm và thời gian thảo luận nhóm, xác định các tài liệu nghiên cứu, các thiết bị cần thiết thực hiện nhiệm vụ,... | |
| **5** | Xây dựng sản phẩm | Các nhóm xây dựng các sản phẩm của dự án, GV có thể kiểm tra tiến độ thực hiện. | Nhóm thường xuyên thảo luận, kiểm tra, đánh giá tiến độ và chất lượng sản phẩm của mỗi thành viên, của cả nhóm. Lựa chọn các vận dụng thực tiễn có giá trị để đưa vào sản phẩm. | |

*c) Tổng hợp và đánh giá*

| STT | Nội dung hoạt động | Hoạt động của GV | Hoạt động của HS | Thiết bị |
|---|---|---|---|---|
| **1** | Chuẩn bị cho báo cáo, trình bày sản phẩm | Chuẩn bị cho HS các kĩ năng báo cáo, duyệt qua các tài liệu, dụng cụ hỗ trợ báo cáo. | -Soạn thảo chuẩn bị báo cáo:<br>+ Các hình ảnh trên Google maps dẫn đến công thức khoảng cách mới<br>+Hình vẽ minh họa đường tròn và elip<br>+Xây dựng và phân tích ví dụ thực tế vận dụng khoảng cách Taxicab<br>- Phân công thành viên đặt các câu hỏi tình huống và phương án trả lời | Máy chiếu |
| **2** | Tổ chức báo cáo sản phẩm. | Lên kế hoạch thời gian và địa điểm cho buổi báo cáo, thứ tự và thời gian trình bày sản phẩm của mỗi nhóm.<br>Yêu cầu HS trình bày rõ về các vận dụng thực tiễn trong các ví dụ minh họa | Chuẩn bị đúng với thời gian GV đề ra. | |
| | | | Theo dõi nghiêm túc các bài thuyết trình sản phẩm. Đặt các câu hỏi thảo luận đối với nhóm khác | |
| **3** | Đánh giá sản phẩm | Hướng dẫn cách đánh giá cho điểm của GV và HS đối với mỗi nhóm thông qua các mẫu phiếu đánh giá đã soạn trước. | HS đánh giá sản phẩm của các nhóm khác dựa trên trình bày nội dung kiến thức, mức độ phong phú và sự vận dụng vào thực tế | Các phiếu đánh giá. |
| | | | Các thành viên hoàn thiện phiếu đánh giá | |
| **4** | Tổng kết dự án | GV tổng kết về nội dung kiến thức trong dự án, hệ thống bài tập và phân tích vận dụng, hướng mở rộng của dự án,...<br>GV tổng hợp các phiếu đánh giá của các GV dự thuyết trình và của các nhóm, cho điểm cụ thể với từng HS. | Tổng hợp các nhận xét, đánh giá của GV.<br>Tổng hợp kết quả. | |
| **5** | Khai thác dự án | | - Trả lời vấn đề mở rộng dự án.<br>- Sử dụng Geometer's Sketchpad để minh họa thêm nhiều vận dụng của hình học Taxicab<br>Nghiên cứu thêm các khoảng cách và vận dụng bên cạnh khoảng cách Taxicab (khoảng cách Large,...). | |

## 2.4. Sự hỗ trợ của dạy học theo dự án đối với việc phát triển năng lực hợp tác và năng lực tự học của học sinh

### *2.4.1. Sự hỗ trợ của dạy học theo dự án đối với việc phát triển năng lực hợp tác của học sinh*

#### *2.4.1.1. Biểu hiện của một số kĩ năng hợp tác trong quá trình thực hiện DAHT*

Ở mục 1.2.5.2. chúng tôi đã trình bày một số biểu hiện của năng lực hợp tác. Các kĩ năng của năng lực hợp tác được biểu hiện đầy đủ ở các bước của quá trình thực hiện DAHT. Qua đó cho thấy DHTDA đã hỗ trợ HS trong việc rèn luyện các kĩ năng của năng lực hợp tác.

*Bảng 2.7. Bảng các kĩ năng của năng lực hợp tác thể hiện qua hoạt động của HS*

| Quy trình thực hiện DAHT | Những hoạt động của HS | Các kĩ năng của năng lực hợp tác |
|---|---|---|
| Chọn chủ đề và xác định mục tiêu của DAHT | Thống nhất chọn chủ đề DAHT, phân chia được các nhóm thực hiện, nắm rõ nhiệm vụ chung và kết quả cần đạt được sau dự án | Kĩ năng tổ chức nhóm |
| Thực hiện dự án | Xây dựng kế hoạch thực hiện dự án và phân chia nhiệm vụ cho các thành viên nhận nhiệm vụ được phân công, xác định rõ và thống nhất cách thực hiện nhiệm vụ của từng cá nhân, của nhóm | Kĩ năng lập kế hoạch hợp tác |
| | Nghiên cứu câu hỏi định hướng, tìm tài liệu tham khảo phục vụ cho nội dung của cả nhóm dự án | Kĩ năng tổ chức nhóm<br>Kĩ năng tạo môi trường hợp tác |
| | Thực hiện thảo luận nhóm, tổng hợp các kết quả của thành viên để thống nhất, xây dựng sản phẩm | Kĩ năng lắng nghe và phản hồi |
| | Trình bày, chia sẻ kết quả với các thành viên, thảo luận với tinh thần xây dựng | Kĩ năng diễn đạt |
| | Hỗ trợ thành viên trong nhóm hoặc nhờ trợ giúp, phát hiện và tháo gỡ được mâu thuẫn giữa ý kiến của các thành viên | Kĩ năng tổ chức nhóm<br>Kĩ năng tạo môi trường hợp tác |
| Tổng hợp và đánh giá dự án | Xây dựng sản phẩm và thiết kế bài báo cáo. | Kĩ năng tổ chức nhóm<br>Kĩ năng lập kế hoạch hợp tác |
| | Báo cáo sản phẩm | Kĩ năng diễn đạt<br>Kĩ năng lắng nghe và phản hồi |
| | Đánh giá sản phẩm | Kĩ năng đánh giá và tự đánh giá |

### *2.4.1.2. Một số tiêu chí đánh giá năng hợp tác học trong DHTDA*

Căn cứ vào một số kĩ năng hợp tác được biểu hiện thông qua quá trình thực hiện DAHT, chúng tôi xây dựng hệ thống một số tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác thể hiện theo ba mức độ ở trong bảng:

*Bảng 2.8. Bảng một số tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác và mức độ biểu hiện*

| Kĩ năng | Các mức độ biểu hiện | | |
|---|---|---|---|
| | Mức 1 | Mức 2 | Mức 3 |
| Kĩ năng tổ chức nhóm | Chưa dự kiến được công việc cần làm, chưa rõ vai trò cá nhân trong nhóm, chưa xác định được cách thức hợp tác để thực hiện nhiệm vụ | Đã xác định được nhiệm vụ cần làm, xác định được vai trò cá nhân trong nhóm nhưng cách thức hợp tác trong nhóm chưa cụ thể | Xác định cụ thể nhiệm vụ và kết quả thực hiện, xác định rõ vai trò cá nhân trong nhóm, xây dựng được cách thức hợp tác hiệu quả với các thành viên khác |
| Kĩ năng lập kế hoạch hợp tác | Lúng túng trong dự kiến thực hiện công việc theo trình tự thời gian, phân chia hoặc nhận nhiệm vụ không phù hợp với khả năng | Dự kiến được công việc theo thời gian nhưng chưa hợp lí, phân công hoặc nhận nhiệm vụ còn có điểm chưa phù hợp | Xác định cụ thể và hợp lí trình tự công việc theo thời gian, phân chia và nhận nhiệm vụ phù hợp với năng lực của các thành viên trong nhóm |
| Kĩ năng tạo môi trường hợp tác | Chưa có tinh thần xây dựng, hỗ trợ, động viên thành viên khác, chưa giải quyết được mâu thuẫn phát sinh trong quá trình thực hiện DAHT | Có ý thức xây dựng tuy nhiên chưa động viên được các thành viên khác, đã giải quyết được các mâu thuẫn trong quá trình thực hiện DAHT | Có ý thức xây dựng, nhiệt tình hỗ trợ, động viên các thành viên khác, không để mâu thuẫn phát sinh trong quá trình thực hiện DAHT |
| Kĩ năng diễn đạt | Diễn đạt dài dòng, các thành viên trong nhóm không nắm được nội dung trình bày, không có giải thích hoặc bảo vệ được quan điểm đưa ra | Trình bày rõ ràng, các thành viên nắm được nội dung trình bày, nhưng còn có chỗ chưa thuyết phục | Diễn đạt rõ ràng, thuyết phục các thành viên, những nội dung trình bày, các luận điểm đưa ra có giải thích, có cơ sở |
| Kĩ năng lắng nghe và phản hồi | Không tập trung lắng nghe ý kiến các thành viên khác, không có sự phản hồi, không có tinh thần xây dựng | Lắng nghe ý kiến các thành viên khác với tinh thần xây dựng nhưng chưa có góp ý, phản hồi hiệu quả | Tập trung lắng nghe, ghi chép ý kiến của thành viên khác. Đặt câu hỏi, góp ý, nhận xét với tinh thần xây dựng, mang lại hiệu quả |
| Kĩ năng đánh giá và tự đánh giá | Đánh giá chưa chính xác, không rút ra được kinh nghiệm cho bản thân | Đánh giá chính xác bản thân và các thành viên khác. Rút ra kinh nghiệm cho bản thân | Đánh giá chính xác, khách quan, công bằng. Rút kinh nghiệm cho bản thân và có thể cho các thành viên khác |

### *2.4.2. Sự hỗ trợ của dạy học theo dự án đối với việc phát triển năng lực tự học của học sinh*

#### *2.4.2.1. Biểu hiện của một số kĩ năng tự học trong quá trình thực hiện DAHT*

Để nâng cao năng lực tự học, ngoài việc người học phải có khả năng học tập thì người học cần phải có sự nỗ lực của bản thân và PP học tập phù hợp. Bên cạnh đó khả năng tự học có thể được cải thiện nếu như người học được hoạt động trong môi trường thuận lợi, được thực hiện các nhiệm vụ mang tính tự chủ của bản thân. Khi GV tổ chức DHTDA, HS sẽ có cơ hội nâng cao năng lực tự học thông qua rèn luyện kĩ năng lập kế hoạch, kĩ năng giải quyết vấn đề, kĩ năng thực hành, kĩ năng đánh giá và tự đánh giá, kĩ năng giao tiếp, khả năng sáng tạo, tự điều chỉnh trong học tập.

*Bảng 2.9. Bảng các kĩ năng của năng lực tự học thể hiện qua hoạt động của HS*

| Quy trình thực hiện DAHT | Những hoạt động của HS | Các kĩ năng của năng lực tự học |
|---|---|---|
| Chọn chủ đề và xác định mục tiêu của DAHT | Phân chia được các nhóm thực hiện dự án | Kĩ năng giao tiếp, kĩ năng lập kế hoạch |
| | Xác định rõ mục tiêu của dự án | Xác định rõ nhiệm vụ học tập một cách tự giác, có mục tiêu học tập cụ thể |
| | Xác định sản phẩm sau DAHT | |
| Thực hiện dự án | Xây dựng kế hoạch thực hiện DAHT: Phân chia nhiệm vụ cho các thành viên trong nhóm, xác định nội dung học tập cần đạt được, ấn định thời gian thảo luận và hoàn thành nhiệm vụ | -Kĩ năng lập kế hoạch<br>-HS tự giác nhận nhiệm vụ |
| | Nghiên cứu câu hỏi định hướng, tìm tài liệu tham khảo, thu thập và xử lí thông tin | Kĩ năng giải quyết vấn đề, kĩ năng thực hành. |
| | Biết vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề, đưa ra được các ý tưởng mới, PP mới trong thực hiện dự án | -Kĩ năng giải quyết vấn đề<br>- Khả năng sáng tạo |
| | Hỗ trợ thành viên trong nhóm hoặc nhờ trợ giúp | Kĩ năng giao tiếp xã hội |
| | Biết lắng nghe hoặc góp ý với các thành viên khác khi thảo luận nhóm | Kĩ năng tự điều chỉnh trong học tập |
| | Thực hiện nhiệm vụ theo đúng tiến độ đề ra | Kĩ năng lập kế hoạch |
| Tổng hợp và đánh giá dự án | -Tạo ra được sản phẩm và thiết kế bài báo cáo. Xây dựng các tình huống vấn đáp trong thuyết trình<br>- Trình bày kết quả sản phẩm | -Khả năng sáng tạo<br>-Kĩ năng lập kế hoạch |
| | Báo cáo sản phẩm | -Kĩ năng thực hành<br>-Kĩ năng giao tiếp với GV và HS |
| | Đánh giá sản phẩm: đánh giá dự án một cách chính xác, khách quan<br>Tiếp thu nhận xét đánh giá của GV và các nhóm khác | -Kĩ năng đánh giá và tự đánh giá<br>-Kĩ năng tự điều chỉnh, tạo cơ sở đề ra mục đích học tập tiếp theo |

### *2.4.2.2. Một số tiêu chí đánh giá năng lực tự học trong DHTDA*

Căn cứ vào một số kĩ năng tự học được biểu hiện thông qua quá trình thực hiện DAHT, chúng tôi xây dựng hệ thống một số tiêu chí đánh giá năng lực tự học thể hiện trong bảng:

*Bảng 2.10. Bảng một số tiêu chí đánh giá năng lực tự học và mức độ biểu hiện*

| Kĩ năng | Các mức độ biểu hiện | | |
|---|---|---|---|
| | Mức 1 | Mức 2 | Mức 3 |
| Kĩ năng lập kế hoạch | Chưa xác định được mục tiêu, nhiệm vụ, sản phẩm đạt được | Đã xác định được nhưng chưa đầy đủ các mục tiêu, nhiệm vụ, sản phẩm đạt được | Xác định được đầy đủ mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được |
| | Chưa có kế hoạch và có nguồn thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ | Lên được kế hoạch các kênh thu thập thông tin nhưng còn chưa cụ thể | Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ |
| | Chưa có kế hoạch, thời gian thực hiện và hoàn thành nhiệm vụ | Xây dựng được kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ nhưng thời gian còn chưa hợp lí | Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể, hợp lí theo trình tự thời gian |
| Kĩ năng giải quyết vấn đề | Chưa tự phát hiện được vấn đề trong dự án hoặc phát hiện ra nhưng không có khả năng giải quyết | Phát hiện được vấn đề cần nghiên cứu và có phương án, khả năng giải quyết với sự trợ giúp của nhóm | Tự phát hiện ra vấn đề, có phương án và khả năng giải quyết hiệu quả |
| | Chưa huy động các kiến thức đã được học hoặc phải nhờ thành viên trong nhóm hỗ để thực hiện nhiệm vụ | Huy động được các kiến thức đã biết để giải quyết vấn đề đặt ra | Huy động và vận dụng sáng tạo các kiến thức đã biết để giải quyết vấn đề đặt ra |
| | Trình bày vấn đề còn chưa rõ ràng, cụ thể khi thảo luận nhóm | Đã trình bày cụ thể vấn đề khi thảo luận nhóm, tuy nhiên còn đôi chỗ dài dòng hoặc chưa chặt chẽ | Trình bày vấn đề một cách rõ ràng, cụ thể và chặt chẽ khi thảo luận nhóm |
| | Chưa đưa được ý tưởng hoặc PP khi thực hiện dự án | Có ý tưởng, PP khi thực hiện dự án | Đưa ra được ý tưởng, PP mới, sáng tạo, góp phần quan trọng vào chất lượng của sản phẩm dự án |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kĩ năng thực hành | Chưa sử dụng thành thạo công nghệ thông tin | Sử dụng thành thạo công nghệ thông tin | Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và biết vận dụng vào thực hiện các công việc trong dự án |
| | Chưa đảm nhiệm được nhiệm vụ viết bài báo cáo, không có khả năng thuyết trình | Viết được bài báo cáo nhưng chưa thật tự tin vào nhiệm vụ thuyết trình | Có thể tổng hợp, viết báo cáo tốt, tự tin, nói rõ ràng và nắm chắc vấn đề thuyết trình, trả lời pháp vấn tốt |
| Kĩ năng tự điều chỉnh trong học tập | Chưa tiếp thu tốt nhận xét của GV, góp ý của các thành viên khác, chưa có sự điều chỉnh hoạt động học tập phù hợp | Tiếp thu tốt nhận xét, đánh giá của GV, của các thành viên trong nhóm dự án và có sự điều chỉnh hoạt động | Tích cực lắng nghe, ghi chép, góp ý hiệu quả cho các thành viên khác. Tích cực, chủ động tiếp thu nhận xét, đánh giá của GV, các thành viên khác để điều chỉnh hoạt động, tạo cơ sở cho nhiệm vụ học tập tiếp theo |
| Kĩ năng đánh giá và tự đánh giá | Đánh giá không chính xác kết quả thực hiện của bản thân, của các thành viên khác. Không rút được bài học, kinh nghiệm cho bản thân | Đánh giá tương đối chính xác kết quả thực hiện của bản thân và của các thành viên khác. Rút ra được bài học, kinh nghiệm cho bản thân | Đánh giá khách quan, chính xác kết quả thực hiện của bản thân và các thành viên khác. Rút ra được bài học và có hướng tìm hiểu, nghiên cứu |

## 2.5. Thiết kế công cụ đánh giá quá trình thực hiện dự án của nhóm

### *2.5.1. Thiết kế bộ công cụ đánh giá*

Để đánh giá nhóm dự án sau mỗi DAHT, GV cần quan sát, theo dõi sổ dự án, kiểm tra phiếu đánh giá của mỗi cá nhân và thực hiện đánh giá trên các nội dung cơ bản:

- Đánh giá về xây dựng mục tiêu của dự án
- Đánh giá về việc lập kế hoạch thực hiện dự án của nhóm
- Đánh giá việc thực hiện kế hoạch (trong đó có đánh giá về mức độ phân công và nắm vững nhiệm vụ; đánh giá về sự tích cực tham gia của các thành viên; mức độ cung cấp giải pháp cho các vấn đề;...).
- Đánh giá sổ theo dõi dự án.
- Đánh giá phẩm của DAHT (bao gồm kiến thức TRR sử dụng, mức độ vận dụng thực tiễn, ứng dụng công nghệ thông tin, thuyết trình báo cáo sản phẩm,...).

Dưới đây chúng tôi đề xuất các tiêu chí đánh giá và thang điểm cụ thể mà GV có thể dùng để đánh giá quá trình và kết quả thực hiện DAHT của HS.

***2.5.1.1. Đánh giá lập mục tiêu và lập kế hoạch dự án***

Sau khi thống nhất với HS tên của DAHT, GV để các nhóm đặt ra mục tiêu, sản phẩm, đồng thời lập kế hoạch thực hiện dự án. Ngay từ đầu, GV cần kiểm tra, đánh giá nhóm HS thực hiện công đoạn này để kịp thời có nhận xét, điều chỉnh, đảm bảo sau khi được đánh giá HS phải xác định được mục tiêu rõ ràng, bám sát, giải quyết đúng nhiệm vụ của DAHT đề ra. Bảng đánh giá lập mục tiêu dự án và bảng đánh giá lập kế hoạch thực hiện dự án của nhóm chúng tôi trình bày trong phụ lục 3.

***2.5.1.2. Đánh giá quá trình thực hiện dự án theo kế hoạch***

Trong lần đánh giá tiếp theo sau khi HS đã xác định rõ mục tiêu và sản phẩm của DAHT, GV tổ chức DHTDA quan sát, đánh giá nhóm dự án về sự tham gia của các thành viên trong mỗi lần thảo luận và cung cấp giải pháp cho các vấn đề và đưa thông tin phản hồi, cập nhật sổ theo dõi dự án của HS.

DHTDA là hình thức học tập mà HS thực hiện nhiều hoạt động tiếp thu tri thức ngoài phạm vi lớp học và không có GV bên cạnh. Tuy nhiên GV tổ chức dự án hoàn toàn có thể đánh giá được quá trình thực hiện dự án của nhóm căn cứ vào sổ theo dõi dự án của GV (cập nhật thường xuyên qua từng giai đoạn), sổ theo dõi dự án của từng nhóm (thể hiện sự tham gia của các thành viên, hiệu quả thảo luận). Bảng đánh giá quá trình thực hiện dự án theo kế hoạch được trình bày trong phụ lục 3.

***2.5.1.3. Đánh giá sản phẩm và trình bày sản phẩm của DAHT***

Tham gia đánh giá ở giai đoạn này là các GV tham dự buổi báo cáo sản phẩm và các nhóm dự án khác trong lớp. GV đánh giá sản phẩm của DAHT dựa trên đánh giá xem sản phẩm có đáp ứng được với mục tiêu của của DAHT đề ra hay không, các kiến thức TRR được sử dụng trong dự án có được trình bày một cách hệ thống và vận dụng hiệu quả vào các bài toán thực tiễn hay không, trình bày sản phẩm của nhóm thực hiện như thế nào (bố cục của trình bày, về luận điểm, thuyết trình, trả lời các câu hỏi của GV và nhóm khác). Ngoài ra, GV còn đánh giá chất lượng sản phẩm dự án theo một số khía cạnh sau (theo [86]):

1. Sự kết nối của dự án với thực tiễn như thế nào?
2. Tại sao chúng ta cần đến sản phẩm này?
3. Dự án này có đóng góp gì cho việc học tập chủ đề TRR của chúng ta và ứng dụng vào các môn khoa học khác?
4. Tại sao chúng ta sẽ thu thêm nhiều kết quả từ việc phát triển tiếp dự án này?
5. Những kiến thức và kĩ năng nào đã được sử dụng để giải quyết được vấn đề phức tạp của dự án?

6. Thông tin và minh chứng đa dạng, có chất lượng, đa số các kiến thức đó được tìm tòi, phát hiện bởi các thành viên trong nhóm hay không?

Bảng đánh giá nội dung sản phẩm của DAHT được trình bày trong phụ lục 3 (tr. P5).

***2.5.2. Thiết kế phương án đánh giá***

Ở mục 2.5.1., chúng tôi đã đề xuất các bảng đánh giá và mức điểm tối đa như sau:

- Bảng P1. Bảng đánh giá lập mục tiêu dự án của nhóm (Điểm $D_1$ tối đa: 10 điểm).
- Bảng P2. Bảng đánh giá lập kế hoạch thực hiện dự án của nhóm (Điểm $D_2$ tối đa: 10 điểm).
- Bảng P3. Bảng đánh giá thực hiện dự án theo kế hoạch (Điểm $D_3$ tối đa: 20 điểm).
- Bảng P4. Bảng đánh giá nội dung sản phẩm của DAHT (Điểm $D_4$ tối đa: 20 điểm).
- Bảng P5. Bảng đánh giá thuyết trình sản phẩm của nhóm (Điểm $D_5$ tối đa: 20 điểm).

Bảng P4. và P5. do GV tham gia buổi thuyết trình và các nhóm HS đánh giá. Điểm GV sẽ được tính hệ số 2, điểm của mỗi nhóm đánh giá được tính hệ số 1, sau đó lấy trung bình cộng, làm tròn đến 1 điểm.

Như vậy sau khi đánh giá thông qua 5 bảng kiểm thì điểm của mỗi nhóm là $D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5$ (đạt tối đa là 80 điểm) và là điểm của mỗi thành viên trong nhóm đang có.

Tiếp theo, các nhóm tiến hành họp nhóm và đánh giá hiệu quả làm việc của mỗi thành viên. Mỗi thành viên sẽ được đánh giá trên các tiêu chí về tinh thần trách nhiệm, sự nhiệt tình hỗ trợ các thành viên khác, sự hợp tác, lắng nghe, sự tham gia tổ chức quản lí nhóm, mức độ đưa ra ý kiến có giá trị trong mỗi buổi thảo luận, đóng góp vào hiệu quả công việc chung của nhóm,... Mỗi thành viên trong nhóm sẽ có một phiếu đánh giá các thành viên còn lại và cho điểm cộng hoặc trừ điểm nếu thành viên được đánh giá không có ý thức làm việc trong nhóm, không đóng góp vào kết quả chung của nhóm hay không tham gia vào các buổi thảo luận nhóm. Điểm cộng và điểm trừ cho mỗi tiêu chí ở bảng dưới đây tối đa là +4 và -4 điểm. Như vậy sau khi tổng hợp các phiếu đánh giá và chia trung bình, mỗi thành viên có thể được cộng hoặc bị trừ đi 20 điểm vào điểm D, điểm cuối cùng được quy về thang điểm 10 và làm tròn đến 0,5.

*Bảng 2.11. Phiếu đánh giá của mỗi thành viên trong nhóm*

*Họ tên HS đánh giá.....*

*Nhóm .....Lớp.....*

| STT | Thành viên được đánh giá | Tinh thần trách nhiệm | Tổ chức quản lí nhóm | Sự hợp tác, lắng nghe trong nhóm | Đưa ra ý kiến giá trị trong thảo luận | Hiệu quả công việc | Tổng điểm (cộng, trừ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |

*Ví dụ* : Nhóm dự án của bạn A có các điểm $D_1 = 9$; $D_2 = 9$; $D_3 = 18$; $D_4 = 16$; $D_5=17$ và bạn A được các thành viên khác đánh giá:

| STT | Thành viên được đánh giá | Tinh thần trách nhiệm | Tổ chức quản lí nhóm | Sự hợp tác, lắng nghe trong nhóm | Đưa ra ý kiến giá trị trong thảo luận | Hiệu quả công việc | Tổng điểm (cộng, trừ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Nguyễn Văn A | +4 | +1 | +4 | +3 | +3 | +15 |
| 2 | | | | | | | |
| ... | | | | | | | |

Khi đó ta có kết quả điểm của bạn A là 9 + 9 + 18 + 16 + 17 + 15 = 84, điểm quy về thang điểm 10 và làm tròn đến 0,5 là 8,5 điểm.

## Kết luận chương 2

Chúng tôi đã tiến hành nghiên cứu cấu trúc, các nội dung của TRR trong chương trình chuyên Toán THPT để làm cơ sở cho những đề xuất trong chương này, cụ thể:

- Xây dựng được hệ thống tài liệu tham khảo và yêu cầu về xây dựng, sử dụng phục vụ cho việc học tập, nghiên cứu, thực hiện dự án của HS. Đây là nguồn tư liệu dạy học bổ ích cho GV dạy trong các chủ đề của TRR.

- Đề xuất một số chủ đề của TRR và dự án học tập các chủ đề đó.

- Đề xuất quy trình thiết kế DAHT bao gồm các bước: xác định chủ đề, xác định mục tiêu và dự kiến sản phẩm của DAHT, dự kiến nguồn tài liệu tham khảo, xây dựng bộ câu hỏi định hướng, dự kiến kế hoạch hoạt động, quá trình thực hiện dự án và sản phẩm của HS. Chúng tôi thiết kế 5 DAHT chủ đề TRR theo quy trình đã đề xuất (các dự án: Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao; Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT chuyên Bắc Giang; Sử dụng bảng trong một số bài TRR; Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn; Khám phá khoảng cách Taxicab).

- Tổ chức thực hiện 5 dự án đã thiết kế theo quy trình tổ chức DHTDA (chọn chủ đề và xây dựng DAHT, thực hiện dự án, tổng hợp và đánh giá). Trong quá trình thực hiện DAHT, vai trò tích cực, chủ động của người học được coi trọng. HS phải là người chủ động thực hiện, tự giác, tích cực hoàn thành các nhiệm vụ đã thống nhất trong nhóm. Các thành viên trong mỗi nhóm dự án cần tham gia thảo luận đầy đủ để thường xuyên rà soát tiến độ và hiệu quả thực hiện dự án, đồng thời có những điều chỉnh và hỗ trợ khi cần thiết. GV tạo điều kiện thuận lợi cho HS thực hiện, lường trước được khó khăn của HS và hỗ trợ khi cần thiết.

- Thiết kế bộ công cụ đánh giá quá trình và kết quả thực hiện DAHT của HS.

- Xây dựng các tiêu chí đánh giá mức độ biểu hiện của năng lực hợp tác và năng lực tự học trong quá trình thực hiện dự án của HS.

Thông qua quy trình tổ chức cho thấy sự hỗ trợ tích cực của DHTDA đối với việc rèn luyện các kĩ năng và nâng cao năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS. Những nghiên cứu về tổ chức DHTDA ở trên có thể áp dụng vào dạy học nhiều chủ đề khác nhau của TRR, nâng cao hiệu quả và góp phần đổi mới PPDH môn Toán ở trường THPT Chuyên. Với các đề xuất về quy trình tổ chức DHTDA chủ đề TRR, chúng tôi tiến hành TNSP và trình bày ở chương sau.

# Chương 3. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

## 3.1. Mục đích, nhiệm vụ và đối tượng của thực nghiệm sư phạm

### *3.1.1. Mục đích của thực nghiệm sư phạm*

TNSP được tiến hành nhằm tổ chức thực hiện các dự án đã thiết kế để điều chỉnh quy trình thiết kế DAHT, quy trình tổ chức DHTDA, kiểm định các biểu hiện của năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS trong quá trình thực hiện dự án. TNSP khẳng định tính khả thi của các DAHT đã thiết kế, đồng thời đánh giá tác động của DHTDA đối với năng lực hợp tác, năng lực tự học và kết quả học tập của HS.

### *3.1.2. Nhiệm vụ của thực nghiệm sư phạm*

Để đạt được mục đích TNSP đã đề ra, chúng tôi xác định các nhiệm vụ trong TNSP là:

- Chọn HS, GV, trường học và thời gian phù hợp để tổ chức TNSP các dự án đã thiết kế.
- Chuẩn bị đầy đủ điều kiện để tổ chức TNSP (quy trình thiết kế DAHT, quy trình tổ chức DHTDA, các bảng kiểm, sổ theo dõi dự án, bài kiểm tra cuối DAHT,...) đồng thời trao đổi với GV thực hiện về các nội dung và các tiêu chí đánh giá trong DHTDA.
- Phân tích kết quả TNSP, đánh giá hiệu quả của DHTDA trong việc nâng cao năng lực tự học và năng lực hợp tác của HS, đồng thời đánh giá tác động của DHTDA đến kết quả học tập của HS.

### *3.1.3. Đối tượng và dự án thực nghiệm sư phạm*

*) TNSP được tiến hành vào hai đợt:

*Đợt 1: Từ tháng 2/2017 đến tháng 4/2017*

+ GV Trần Thị Hà Phương (trường THPT Chuyên Bắc Giang) với lớp thực nghiệm là Toán K26 trường THPT Chuyên Bắc Giang (Toán K26-CBG), gồm 35 HS, thực nghiệm dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao".

+ GV Đinh Hữu Lâm (trường THPT Chuyên Nguyễn Huệ), lớp thực nghiệm là chuyên Toán K68 trường THPT Chuyên Nguyễn Huệ (Hà Nội) (Toán K68-CNH), gồm 34 HS, với dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao", chuyên Toán K67-CNH, gồm 35 HS, với dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab".

+ GV Nguyễn Thị Ngọc Ánh (Trường THPT Chuyên Thái Nguyên), thực nghiệm tại lớp chuyên Toán K28 trường THPT Chuyên Thái Nguyên (Thái Nguyên) (Toán K28-CTN), 28 HS, dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao".

*Đợt 2: Từ tháng 8/2017 đến tháng 9/2017*

+ GV Trần Thị Hà Phương với lớp thực nghiệm là Toán K26-CBG thực nghiệm hai dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab" và "Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn".

+ GV Đinh Hữu Lâm với lớp thực nghiệm là Toán K68-CNH thực nghiệm dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab" và Toán K67-CNH thực hiện dự án "Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn".

+ GV Nguyễn Thị Ngọc Ánh thực nghiệm tại lớp Toán K28-CTN dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab".

*) GV tham gia TNSP thuộc trường THPT Chuyên Bắc Giang, Chuyên Nguyễn Huệ, Chuyên Thái Nguyên, có nhiều năm kinh nghiệm giảng dạy trực tiếp tại các lớp chuyên Toán và tham gia bồi dưỡng HSG Quốc gia.

*) Đặc điểm của các HS các lớp TNSP đa số là HS khá giỏi, có ý thức trong học tập và có thời gian đảm bảo cho các hoạt động học tập trong và ngoài phạm vi nhà trường. Các em đều được sử dụng nhiều phương tiện công nghệ thông tin và nguồn tài liệu tham khảo phong phú từ thư viện trường.

## 3.2. Quy trình thực nghiệm sư phạm và phương án đánh giá kết quả

### *3.2.1. Quy trình thực nghiệm sư phạm*

- Chọn lớp và DAHT để TNSP.

- *Ở TNSP đợt 1*, trước khi TNSP, chúng tôi gặp GV thực hiện TNSP và trao đổi chuyên môn về các DAHT định triển khai, cung cấp cho GV thực nghiệm mẫu phiếu các tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS:

+ Thống nhất về các kiến thức HS cần chuẩn bị để có thể thực hiện được hai dự án "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao", "Khám phá khoảng cách Taxicab".

+ Thống nhất quy trình tổ chức DHTDA gồm ba bước đã thiết kế.

+ Trao đổi về yêu cầu sản phẩm và các kiến thức, kĩ năng HS cần đạt được sau mỗi dự án.

+ GV cùng các lớp thực hiện đánh giá năng lực tự học, năng lực hợp tác nhóm thông qua quan sát HS và các tiêu chí trong mẫu phiếu đã được cung cấp.

- *Ở TNSP đợt 2*, chúng tôi tiếp tục trao đổi với các GV TNSP để có thể điều chỉnh một số điểm trong quy trình thiết kế dự án và tổ chức DHTDA. TNSP vẫn được triển khai ở các lớp Toán K26-CBG, Toán K28-CTN, Toán K67-CNH và Toán

K68-CNH. GV TNSP tiếp tục đánh giá năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS, đối chiếu với kết quả TNSP đợt 1 để đưa ra kết luận.

### *3.2.2. Phương pháp đánh giá kết quả thực nghiệm sư phạm*

#### *3.2.2.1. Nội dung đánh giá*

Hiệu quả của quy trình thiết kế DAHT và tổ chức DHTDA trong dạy học một số chủ đề TRR cho HS chuyên Toán, đáp ứng yêu cầu đổi mới, được chúng tôi đánh giá trên một số cơ sở:

- Biểu hiện năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS thể hiện trong suốt quá trình thực hiện các DAHT thông qua đánh giá của GV và của chính HS.

- Các kiến thức HS thu được, sự tiến bộ của HS sau quá trình học theo dự án được thể hiện thông qua các bài kiểm tra.

#### *3.2.2.2. Phương pháp đánh giá thực nghiệm sư phạm*

Chúng tôi sử dụng những phương pháp và công cụ sau để đánh giá các nội dung trên:

1) Quan sát HS trên lớp, thông qua sổ theo dõi dự án, thông qua đánh giá của HS trong mỗi nhóm giúp GV đánh giá chính xác sự hợp tác và quá trình tự học, quá trình thực hiện dự án của mỗi cá nhân. Ngoài quan sát, GV TNSP còn trao đổi, phỏng vấn HS sau khi thực hiện DAHT.
2) Bảng tiêu chí đánh giá năng lực tự học, năng lực hợp tác.
3) Bài kiểm tra tự luận nhằm đánh giá kiến thức HS hình thành được sau DAHT.

## 3.3. Phân tích kết quả thực nghiệm sư phạm

### *3.3.1. Phân tích định tính*

#### *3.3.1.1. Biểu hiện năng lực hợp tác của HS trong quá trình thực hiện các DAHT*

*a) Kĩ năng tổ chức nhóm hợp tác*

Các GV tổ chức TNSP trong quá trình quan sát HS thực hiện DAHT và thông qua sổ theo dõi dự án đã có những nhận xét, đánh giá:

- Khi nhóm nhận dự án thì nhóm trưởng cùng thống nhất với các thành viên trong nhóm phân công nhiệm vụ, thời gian và sản phẩm hoàn thành của mỗi thành viên. HS xác định được mục tiêu của dự án và các nội dung liên quan đến chủ đề dự án, HS đã biết phân công và nắm vững nhiệm vụ được giao.

- Hầu hết các HS tham gia đầy đủ, đúng giờ trong hoạt động nhóm. Các nhóm đều thống nhất được thời gian buổi thảo luận diễn ra và các thành viên trong nhóm

phải tham gia đầy đủ. Có trường hợp HS không có mặt thì các em đã trao đổi và gửi email cho nhóm trưởng nộp phần công việc mình được giao.

*b) Kĩ năng lập kế hoạch hợp tác*

GV tổ chức DAHT "Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao" của Toán K26-CBG nhận xét HS mới thực hiện dự án lần đầu nên việc phân công nhiệm vụ còn chưa cụ thể, HS còn lúng túng trong việc lập kế hoạch, thống nhất thời gian và sản phẩm, các thành viên chưa nắm chắc nhiệm vụ và thời gian hoàn thành của mình, GV phải hỗ trợ xây dựng nhiệm vụ cho HS. Tuy nhiên ở TNSP lần hai, vì đã thực hiện qua một số dự án nên khi được cung cấp bộ câu hỏi nội dung HS đã chủ động phân công nhiệm vụ cụ thể cho các thành viên trong nhóm, tìm hiểu bài học và giải đáp các câu hỏi nội dung đó. GV nhận thấy các nhóm đều thường xuyên cập nhật sổ theo dõi dự án: Sổ theo dõi dự án thể hiện được đầy đủ các nội dung về kế hoạch thực hiện dự án, mục tiêu học tập (vấn đề nghiên cứu), hình thức trình bày kết quả dự án (Powerpoint, mô hình, chuyên đề,...); các ý tưởng ban đầu (thể hiện dưới dạng bản đồ tư duy); phân công nhiệm vụ trong nhóm. GV TNSP lớp Toán K28-CTN nhận xét ở TNSP lần hai, HS chủ động hơn, phân chia nhiệm vụ cụ thể hơn khi thực hiện hai nhiệm vụ mà GV đề ra.

Ví dụ trong tổ chức TNSP dự án "Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn", GV kiểm tra sổ dự án và thấy HS chủ động phân chia nhiệm vụ:

Nhiệm vụ 1: Tổng kết kiến thức, phân tích lại các ví dụ đã được GV cung cấp để phân tích cụ thể các yếu tố có thể mô hình hóa được thành đồ thị trong từng tình huống.

Nhiệm vụ 2: Xây dựng những bài toán, những tình huống thực tế có thể mô hình, đưa về bài toán đồ thị để giải quyết.

HS đã xác định được rõ nhiệm vụ học tập, biết lập kế hoạch chi tiết trong từng giai đoạn của dự án, cụ thể:

+ Tìm tài liệu để nghiên cứu sâu về các nội dung trong dự án của nhóm: cơ sở lí thuyết, các định nghĩa, định lí liên quan,... Hệ thống các ví dụ, bài tập minh họa. Trong các ví dụ phân tích được cụ thể dấu hiệu nhận biết PP, vận dụng PP,...

+ Làm slide trình bày trước lớp.

Trong dự án về khoảng cách, chu trình trong hình học Taxicab, qua sổ theo dõi dự án, GV thấy có nhóm chủ động chia nhỏ công việc, mỗi nhóm hai bạn làm với một đường tròn, đường elip. HS đã biết bám sát định nghĩa, đưa công thức khoảng cách Taxicab và có các chứng minh chặt chẽ (Xem phụ lục 7, tr P31).

*c) Kĩ năng tạo môi trường hợp tác, kĩ năng diễn đạt, kĩ năng lắng nghe và phản hồi*

- GV quan sát và nhận thấy trong khi thảo luận nhóm, đa số các HS đều có ý thức đóng góp để đi đến sự thống nhất chung. Các em lắng nghe ý kiến của bạn một cách nghiêm túc, kể cả ý kiến không đồng quan điểm. GV quan sát thảo luận của nhóm 2 (Toán K26-CBG) khi nhóm này làm dự án đếm nâng cao:

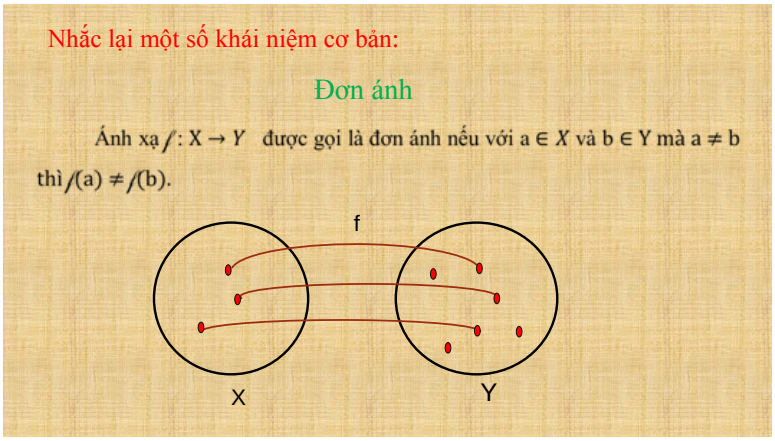
*HS1: Vì mục đích của chúng ta là đếm bằng PP song ánh nên chúng ta chỉ cần ghi nội dung định lý và PP dùng của riêng song ánh thôi.*

*HS2: Tớ nghĩ nên bổ sung cả đơn ánh và toàn ánh.*

*HS1: Như vậy chúng ta lại phải xây dựng thêm cả các bài toán so sánh số phần tử của hai tập hợp, không đi vào trọng tâm của dự án.*

*HS2: Khi nói đến các ánh xạ có tính chất đặc biệt, thường ta sẽ nói đến cả đơn ánh, toàn ánh và song ánh. Đúng là ta phải bổ sung thêm các bài toán, do trên thực tế không phải lúc nào ta cũng chỉ đếm và đánh giá hai tập có số phần tử bằng nhau mà nhiều khi ta phải đánh giá hai phương án với số bước thực hiện khác nhau để lựa chọn phương án tối ưu. Tớ nghĩ nếu bổ sung thêm đơn ánh và toàn ánh thì dự án của nhóm mình sẽ đầy đủ hơn.*

*HS1: Vậy thì tớ sẽ bổ sung thêm đơn ánh và toàn ánh vào định lí đã trình bày. Mỗi bạn trong nhóm mình sẽ xây dựng thêm ví dụ minh họa cho hai trường hợp này.*




*Hình 3.1. Slide bổ sung đơn ánh vào PP song ánh của Toán K26-CBG*

Không khí làm việc của các nhóm khi thảo luận ở trường mà chúng tôi quan sát được đều nghiêm túc nhưng thoải mái. GV quan sát thảo luận của một nhóm Toán K26-CBG khi thực hiện dự án "Khám phá khoảng cách Taxicab":

*HS1: Điểm Torricelli trong hình học Ơclit là điểm có tổng khoảng cách từ nó đến 3 đỉnh của tam giác nhỏ nhất. Thế thì chúng ta có thể nghĩ đến khái niệm tương tự điểm Torricelli, nhưng mình khai thác bằng khoảng cách Taxicab.*

*HS2: Tớ thấy điều này rất khó khăn vì dù điểm Torricelli $M$ của tam giác $\Delta ABC$ với khoảng cách Ơclit được xác định cụ thể cho mỗi tam giác ($M \equiv A$ nếu $BAC \geq 120^o$; $M$ nằm*

*trong tam giác thỏa mãn* $AMB = BMC = CMA = 120^o$ *nếu cả ba góc trong tam giác đều nhỏ hơn* $120^0$*), nhưng việc chứng minh lại thông qua bất đẳng thức liên quan đến tích vô hướng của hai vectơ. Nếu chúng ta đặt bài toán tương tự với khoảng cách Taxicab thì việc tìm M tớ thấy có khi gây nhiều khó khăn.*

*HS1: Mình nghĩ trong trường hợp này thì khoảng cách Taxicab lại dễ hơn khoảng cách Ơclit vì đã từng tìm hiểu về vấn đề này. Mình sẽ trình bày lại trước nhóm cho các bạn kiểm tra. Nếu được thì chúng ta bổ sung vào dự án.*

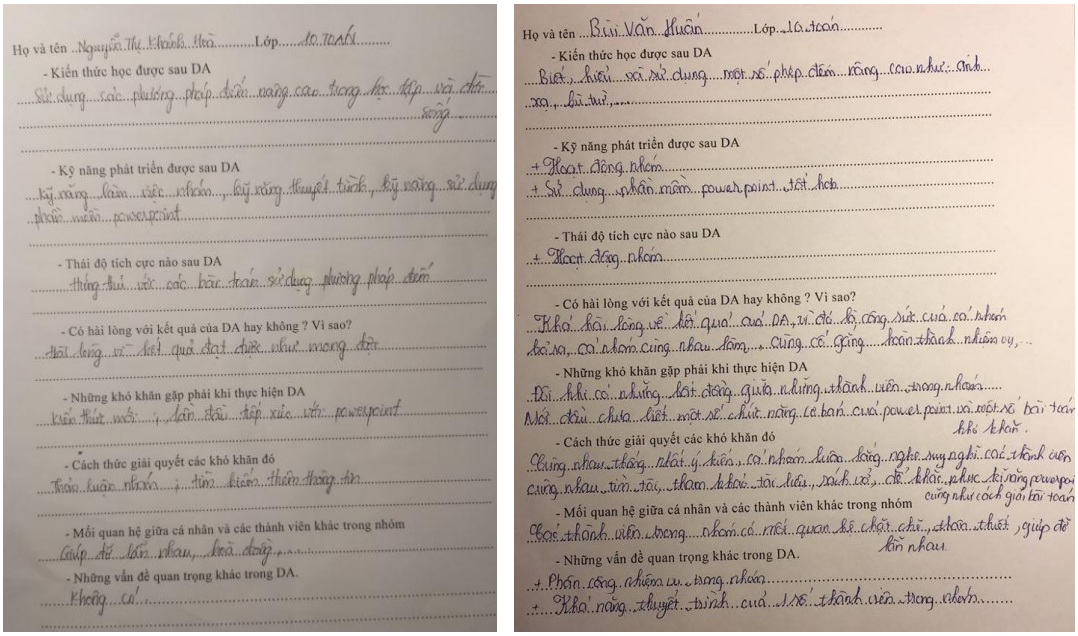
*(HS trình bày điểm Torricelli sử dụng khoảng cách Taxicab trong phụ lục 5- tr P41).*

*Hình 3.2. Toán K26-CBG thảo luận nhóm* *Hình 3.3. Toán K67-CNH thảo luận nhóm*

Qua quan sát các cuộc đối thoại của HS và theo dõi sổ dự án, GV nhận thấy trong nhiều nhóm, HS tiếp thu ý kiến đóng góp của các thành viên trong nhóm để điều chỉnh hoạt động của bản thân và của nhóm. Tuy nhiên, qua sổ theo dõi dự án, qua phản ánh của các nhóm và nhận xét của các GV tổ chức dự án, vẫn xảy ra tình trạng còn HS chưa tích cực, công việc của nhóm giao không hoàn thành đúng thời hạn hoặc không có ý kiến đóng góp gì trong các buổi thảo luận của nhóm. Ở một số nhóm còn có thành viên chưa có khả năng soạn thảo văn bản trình chiếu và báo cáo sản phẩm, nhiều khi công việc còn dồn cho một, hai bạn trong nhóm phải xử lí.

*d) Kĩ năng đánh giá và tự đánh giá*

Qua hai đợt TNSP, GV TNSP nhận xét HS đã có kĩ năng tự đánh giá của bản thân trong nhóm và đánh giá sản phẩm của nhóm mình theo các tiêu chí đánh giá mà GV đã đưa ra. HS tự đánh giá được những nội dung mà bản thân và các thành viên khác làm tốt hoặc chưa tốt, đánh giá được mức độ tích cực của các thành viên trong nhóm. Trong mỗi nhóm, việc đánh giá thành viên tích cực, có vai trò quan trọng trong nhóm là chính xác. Trong báo cáo, trình bày sản phẩm, HS các nhóm khác được đánh giá, nhận xét, trao đổi về sản phẩm. Các GV tổ chức TNSP nhận xét hầu hết các nhóm dự án đều đặt câu hỏi trong buổi báo cáo sản phẩm.



Họ và tên ...Nguyễn Thị Khánh Hoà.....Lớp.....10 TOÁN.....

- Kiến thức học được sau DA

Sử dụng các phương pháp đếm nâng cao trong học tập và đời sống

- Kỹ năng phát triển được sau DA

Kỹ năng làm việc nhóm, kỹ năng thuyết trình, kỹ năng sử dụng phần mềm powerpoint

- Thái độ tích cực nào sau DA

Hứng thú với các bài toán sử dụng phương pháp đếm

- Có hài lòng với kết quả của DA hay không ? Vì sao?

Hài lòng vì kết quả đạt được như mong đợi

- Những khó khăn gặp phải khi thực hiện DA

Kiến thức mới, lần đầu tiếp xúc với powerpoint

- Cách thức giải quyết các khó khăn đó

Thảo luận nhóm, tìm kiếm thêm thông tin

- Mối quan hệ giữa cá nhân và các thành viên khác trong nhóm

Giúp đỡ lẫn nhau, hoà đồng.....

- Những vấn đề quan trọng khác trong DA.

Không có.....

Họ và tên ...Bùi Văn Huấn.....Lớp...10 toán.....

- Kiến thức học được sau DA

Biết, hiểu và sử dụng một số phép đếm nâng cao như: ánh xạ, bù trừ,...

- Kỹ năng phát triển được sau DA

+ Hoạt động nhóm

+ Sử dụng phần mềm power point tốt hơn

- Thái độ tích cực nào sau DA

+ Hoạt động nhóm

- Có hài lòng với kết quả của DA hay không ? Vì sao?

Khá hài lòng về kết quả của DA, vì đó là công sức của cá nhân bỏ ra, cá nhân cùng nhau làm, cùng cố gắng hoàn thành nhiệm vụ,...

- Những khó khăn gặp phải khi thực hiện DA

Đôi khi có những bất đồng giữa những thành viên trong nhóm. Mới đầu chưa biết một số chức năng cơ bản của power point và một số bài toán khó khăn.

- Cách thức giải quyết các khó khăn đó

Cùng nhau thống nhất ý kiến, cá nhân luôn lắng nghe suy nghĩ các thành viên cùng nhau tìm tài, tham khảo tài liệu, sách vở, để khắc phục kĩ năng powerpoint cũng như cách giải bài toán

- Mối quan hệ giữa cá nhân và các thành viên khác trong nhóm

Các thành viên trong nhóm có mối quan hệ chặt chẽ, thân thiết, giúp đỡ lẫn nhau

- Những vấn đề quan trọng khác trong DA.

+ Phân công nhiệm vụ trong nhóm

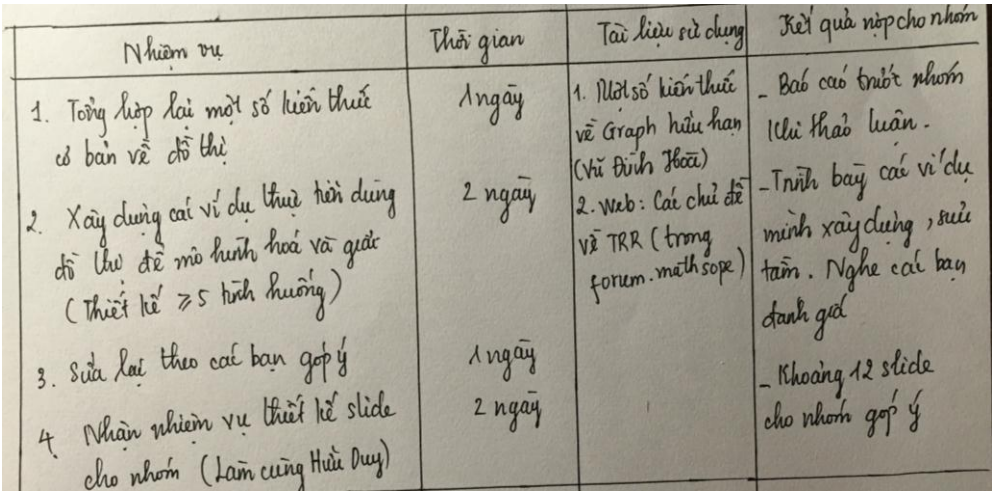
+ Khả năng thuyết trình của 1 số thành viên trong nhóm

*Hình 3.4 Phiếu đánh giá sau dự án của Toán K26-CBG*

***3.3.1.2. Biểu hiện năng lực tự học của HS trong quá trình thực hiện các DAHT***

*a) Kĩ năng lập kế hoạch*

- GV quan sát sổ theo dõi dự án, trong đó có kế hoạch của mỗi cá nhân. Sau TNSP lần thứ nhất, đến TNSP lần hai HS đã quen và có kĩ năng tốt hơn trong lập kế hoạch. Đa số HS đã xác định rõ mục tiêu của dự án, mục tiêu nhiệm vụ của bản thân, đã lên được kế hoạch thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ và xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể, hợp lí theo thời gian. Tuy nhiên bên cạnh đó vẫn còn HS chưa xây dựng được kế hoạch hoạt động của bản thân, các thành viên hoặc GV phải hướng dẫn, hỗ trợ lên kế hoạch hoạt động.



| Nhiệm vụ | Thời gian | Tài liệu sử dụng | Kết quả nộp cho nhóm |
|---|---|---|---|
| 1. Tổng hợp lại một số kiến thức cơ bản về đồ thị | 1 ngày | 1. Một số kiến thức về Graph hữu hạn (Vũ Đình Hòa) | - Báo cáo trước nhóm khi thảo luận. |
| 2. Xây dựng các ví dụ thực tiễn dùng đồ thị để mô hình hoá và giải (Thiết kế ≥ 5 tình huống) | 2 ngày | 2. Web: Các chủ đề về TRR (trong forum.mathsope) | - Trình bày các ví dụ mình xây dựng, sưu tầm. Nghe các bạn đánh giá |
| 3. Sửa lại theo các bạn góp ý | 1 ngày | | - Khoảng 12 slide cho nhóm góp ý |
| 4. Nhận nhiệm vụ thiết kế slide cho nhóm (Làm cùng Hữu Duy) | 2 ngày | | |

*Hình 3.5. HS lập kế hoạch thực hiện nhiệm vụ cá nhân*

*b) Kĩ năng giải quyết vấn đề và khả năng sáng tạo của HS*

Trong DAHT "Khám phá khoảng cách Taxicab", GV quan sát và thấy rằng khi giải quyết bộ câu hỏi nội dung, HS Toán K26-CBG tìm hiểu, xây dựng các ứng dụng thực tế của hình học Taxicab. HS đã biết đối chiếu định nghĩa đã biết về khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong hình học Ơclit và bằng tương tự hóa tìm cách xây dựng định nghĩa trong hình học Taxicab. Khoảng cách Taxicab gần gũi với lí thuyết trò chơi trong TRR nên khi nghiên cứu sâu về hình học Taxicab đã giúp các em nâng cao khả năng tư duy, tìm ra các chiến thuật hợp lý trong xử lý bài toán lí thuyết trò chơi, tìm chu trình,... HS thể hiện sự tích cực trong tư duy, chủ động giải quyết vấn đề. Ngoài nhiệm vụ được giao trong dự án, qua quá trình nghiên cứu tài liệu và tự học, nhóm đã đề xuất và bước đầu thực hiện thêm dự án nhỏ khác:

+ Có nhóm dự án của Toán K26-CBG đã chủ động đưa ra bài toán giống với điểm Torixenlli nhưng sử dụng khoảng cách Taxicab: Tìm vị trí để đặt viện huyết học sao cho tổng quãng đường đi từ đó tới ba bệnh viện là ngắn nhất. Tức là ta phải tìm vị trí điểm M sao cho $d_T(M;A)+d_T(M;B)+d_T(M;A)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

+ HS trong quá trình đọc các tài liệu tham khảo đã mở rộng kiến thức, cụ thể là về đa giác đều trong hình học Taxicab (*Một đa giác n cạnh được gọi là đa giác đều trong hình học Taxicab nếu nó có n góc bằng nhau (góc giống trong hình Ơclit) và n cạnh bằng nhau theo khoảng cách Taxicab. HS cũng đặt ra nhiệm vụ kiểm tra xem có tồn tại n giác đều với* $n \in \{3,4,5,6,8\}$ *hay không (Câu trả lời là không tồn tại tam giác đều, tồn tại n giác đều với* $n \in \{4,5,6,8\}$ [58]).

+ HS thuyết trình trình bày hướng mở rộng dự án về một khoảng cách mới: nghiên cứu các vấn đề trong *câu hỏi nghiên cứu* và sử dụng metric mới cũng thuộc hình học phi - Ơclit (khoảng cách Large [58]) (Trong dự án của Toán K26-CBG, Toán K67-CNH) : $d_L(A;B)=\max\{|x_A-x_B|;|y_A-y_B|\}$.

Một số kết quả trong DAHT mà HS tự tìm hiểu nhờ tương tự hóa với hình học Ơclit sau khi báo cáo được GV tiến hành TNSP yêu cầu tổng kết lại và trích trình bày trong phụ lục 7 (tr P40).

Trong khi thực hiện dự án "Xây dựng các tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao", HS phải vận dụng các hoạt động đặc trưng của *tư duy hàm*, đó là "*hoạt động phát hiện và thiết lập sự tương ứng"* (xây dựng ánh xạ giữa A và B trong dự án

đếm nâng cao), "*hoạt động nghiên cứu sự tương ứng*" (tìm hiểu ánh xạ là đơn ánh, toàn ánh hay song ánh), và "*hoạt động lợi dụng sự tương ứng*" (căn cứ ánh xạ thiết lập để đánh giá số phần tử của A theo B) để giải quyết những vấn đề trong DAHT [37].

Trong các buổi báo cáo, các nhóm thuyết trình về sản phẩm, đồng thời GV và nhóm khác đặt ra các câu hỏi cho nhóm thuyết trình. Việc này vừa kiểm tra được kiến thức của HS sau khi thực hiện các DAHT, vừa đánh giá khả năng phỏng vấn, giao tiếp của HS. Trong buổi báo cáo, GV cần pháp vấn HS để đánh gia kiến thức của HS. Ví dụ khi thực hiện dự án về PP đếm nâng cao, đối với PP song ánh, GV cùng HS cần phân tích rõ nội dung và PP vận dụng trong buổi báo cáo sản phẩm. Ở TNSP vòng 2, khi các nhóm thuyết trình, GV đặt các câu hỏi và nhiều câu hỏi các em trả lời tốt, qua đó chúng tôi đánh giá được các luận điểm trong báo cáo mà HS đã tự học, tự nghiên cứu đảm bảo chính xác nội dung kiến thức. Chúng tôi trích đưa ra một số câu hỏi mà GV đã đặt ra với các nhóm trong quá trình báo cáo:

*GV: Theo em bản chất của PP song ánh là gì?*

*HS: Thưa cô, nhiều khi việc đếm trực tiếp số phần tử của một tập hợp A khiến chúng ta gặp nhiều khó khăn. Vì vậy thay vì việc đi tìm số phần tử của tập A, người ta tìm một tập hợp trung gian B mà việc tính toán số phần tử của B được thuận lợi hơn.*

*GV: Vậy làm thế nào để đếm được A thông qua B?*

*HS: Chúng ta phải thiết lập được quan hệ qua lại giữa A và B để làm căn cứ tính số phần tử của A thông qua B, chính là thiết lập ánh xạ giữa A và B.*

*GV: Như vậy có thể xác định hay ước lượng số phần tử của tập A thông qua số phần tử của tập B nhờ thiết lập một ánh xạ giữa A và B. Nhưng dấu hiệu nào của ánh xạ giúp ta so sánh số phần tử của hai tập hợp?*

*HS: Chúng ta cần kiểm tra ánh xạ đó là đơn ánh, toàn ánh hay song ánh.*

*GV: Em dựa trên cơ sở nào để xây dựng ánh xạ giữa hai tập hợp?*

*Hầu hết trong các nhóm thực hiện dự án, HS trả lời được dựa vào mối tương quan giữa các đối tượng trong quá trình xây dựng ánh xạ (thường là một song ánh).*

*GV: Trong đếm bằng quan hệ đệ quy, có mối quan hệ nào giữa các đối tượng đã đếm được và các đối tượng đang cần phải đếm số phần tử? Ta tận dụng gì được ở mối liên hệ đó?*

Đối với câu hỏi này, HS trả lời được trong từng tình huống cụ thể của bài toán. Các nhóm Toán K26-CBG chỉ trả lời được khoảng 50% các tình huống đưa ra. Chứng tỏ nhóm còn nặng về sưu tầm bài toán và lời giải mà chưa phân tích và vận dụng vào các tình huống khác nhau.

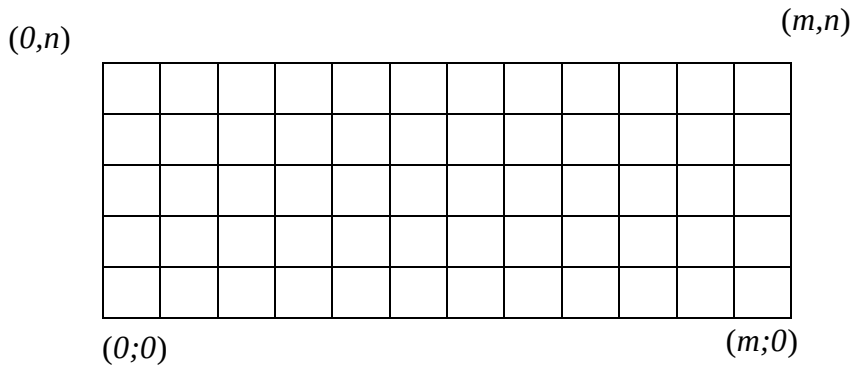
*GV: Tại sao hàm sinh là PP mạnh trong các bài toán đếm?*

*HS: Vì hàm sinh chuyển các bài toán xét dãy số về các bài toán đối với hàm số. Với điều này chúng ta có thể giải quyết được một số bài TRR khi chuyển chúng sang toán giải tích.*

*HS: Cơ sở nào trong bài toán đếm hướng em nghĩ đến việc xây dựng hàm sinh tương ứng?*

Chỉ có nhóm Pascal của Toán K28-CTN đã trả lời được hầu hết các câu hỏi trong quá trình báo cáo sản phẩm (còn lại một câu hỏi về hàm sinh vì đây là câu hỏi khó, đòi hỏi kiến thức về Giải tích nên ít nhóm trả lời được).

Trong buổi báo cáo của Toán K28-CTN, HS trình bày bài toán về PP đếm bằng song ánh: Chứng minh rằng số đường đi ngắn nhất trên lưới nguyên từ điểm $A(0;0)$ đến $B(m;n)$ bằng $C_{m+n}^{m}$.




HS trình bày mọi đường từ *A* đến *B* sẽ bao gồm tối thiểu là *n* đoạn đi lên và *m* đoạn đi ngang. Một đường đi ngắn nhất từ A đến B sẽ được tương ứng bằng một xâu nhị phân gồm *n* bit 1 (tương ứng với số đoạn đi lên) và *m* bit 0 (tương ứng với số đoạn đi ngang). Chứng minh được tương ứng vừa thiết lập là một song ánh, cho nên số đường đi ngắn nhất từ A đến B bằng số xâu nhị phân có độ dài độ dài *m* + *n*, trong đó có *n* bit 1. Do đó số đường đi ngắn nhất bằng $C_{m+n}^{m}$.

*GV: Lí do nào các em lựa chọn PP song ánh trong trường hợp này?*

*HS: Do chúng em phát hiện sự tương ứng 1-1 giữa đường đi (m bước đi ngang và n bước đi lên) với một dãy nhị phân.*

*GV: PP song ánh ngoài sử dụng trong bài toán đếm, qua ví dụ ở trên, em thấy nó còn có áp dụng gì?*

*HS: Dạ, còn dùng vào để chứng minh các đẳng thức tổ hợp ạ. Chúng em cũng có đưa ra ví dụ minh họa là bài toán chứng minh hệ thức* $\sum_{k=1}^{n} k(C_n^k)^2 = nC_{2n-1}^{n-1} \ \left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)$

*.GV: PP song ánh còn có thể được áp dụng để chứng minh cách đẳng thức tổ hợp một cách hiệu quả. Em có thể giải thích rõ bản chất tại sao từ song ánh lại suy ra được đẳng thức tổ hợp?*

HS còn lúng túng trong việc giải thích câu hỏi khái quát của GV, mà chỉ trả lời được cụ thể vào từng bài toán. Các GV cho biết họ đều phải đưa ra giải đáp cho HS: Nếu một tập hợp được đếm bằng hai hay nhiều cách khác nhau thì các kết quả thu được phải bằng nhau, cho dù, với các cách đếm khác nhau ta có thể ra các biểu thức rất khác nhau. Hai tập hợp có số phần tử bằng nhau có thể có cấu trúc được mô tả hoàn toàn khác nhau và phép đếm thực hiện được hay không, dễ dàng hay khó khăn chính là ở những mô tả cấu trúc này. Ngay cả đối với một tập hợp, nếu chúng ta có những mô tả khác nhau thì chúng ta sẽ có những phép đếm với những độ phức tạp khác nhau, mặc dù cuối cùng đều dẫn đến một kết quả chung duy nhất.

Trong dự án "Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn" GV yêu cầu các nhóm xây dựng các ví dụ thực tế dùng đến mô hình đồ thị. Khi HS thuyết trình, GV đặt các câu hỏi để kiểm tra kiến thức và khả năng vận dụng kiến thức của HS. Hai GV tổ chức TNSP cho biết nhiều nhóm trong quá trình báo cáo trả lời được các câu hỏi cơ bản về lí thuyết của GV đặt ra chứng tỏ đa số nắm được kiến thức trọng tâm về LTĐT, đảm bảo một số nội dung liên quan đến chủ đề của dự án. Tuy nhiên chỉ 60% số nhóm trả lời tốt các câu hỏi vận dụng của LTĐT. Điều này cũng cho thấy đây là nội dung khó và một số HS chưa thực sự cố gắng trong việc giải quyết các vấn đề trong chủ đề này.

**Bài toán:** Có *n* đại biểu đến dự hội thảo, mỗi ngày họp một lần và được sắp xếp ngồi quanh một bàn tròn. Nếu mỗi người đều muốn làm quen với nhau thì cần phải bố trí bao nhiêu ngày và bố trí như thế nào để trong mỗi ngày, mỗi người có hai người kế bên là những người bạn mới.

GV: *Tại sao em lại nghĩ đến dùng LTĐT?*

HS: *Vì giữa các đại biểu có mối quan hệ quen, không quen nên nghĩ đến việc xây dựng đồ thị, mỗi đại biểu là một đỉnh, các cạnh nối hai đỉnh thể hiện quan hệ quen biết. Đây là dấu hiệu nhận biết rất rõ trong các bài toán đồ thị.*

*HS đưa về bài toán LTĐT*: Xây dựng một đồ thị gồm *n* đỉnh sao cho mỗi người tham dự hội thảo sẽ ứng với một đỉnh của đồ thị. Hai đại biểu muốn làm quen với nhau sẽ được biểu thị bởi hai đỉnh kề nhau. Khi đó đồ thị vừa thiết kế là một đồ thị đầy đủ $K_n$. Bài toán được đưa về LTĐT, tìm các chu trình Hamilton phân biệt của đồ thị đầy đủ $K_n$.

**Bài toán:** Một nhóm gồm 9 đội bóng bàn thi đấu vòng tròn một lượt. Hỏi sau khi có kết quả thi đấu của tất cả các đội có thể có trường hợp bất kỳ đội nào trong 9 đội này

cũng đều thắng đúng 5 đội khác trong nhóm được không? (Biết trong thi đấu bóng bàn không có trận hòa).

*GV: Đồ thị bài toán này khác bài trên ở điểm nào?*

*HS: Ở bài toán trên mối quan hệ A quen B cũng giống B quen A nên quen biết là quan hệ hai chiều, ta không quan tâm đến hướng trên cạnh. Ở bài toán này, quan hệ thắng thua A thắng B khác B thắng A nên ta xây dựng đồ thị có hướng.*

*HS đưa về bài toán LTĐT như sau*: Biểu diễn mỗi đội là một đỉnh của đồ thị G, mỗi trận thi đấu giữa hai đội là một cạnh có hướng với đỉnh đầu là điểm biểu diễn đội thua và đỉnh cuối là điểm biểu diễn đội thắng. Đồ thị G sẽ là một đồ thị có hướng.

Ta có: 9 đội phải thi đấu tất cả 9.8/2=36 trận đấu, tức là đồ thị sẽ có 36 cạnh. Do trong một đồ thị, ta có tổng số bậc ra của các đỉnh bằng tổng số cạnh và bằng 36.

Giả sử xảy ra trường hợp bất kì đội nào trong 9 đội cũng đều thắng đúng 5 đội khác trong nhóm, thì số bậc ra của mỗi đỉnh sẽ đúng bằng 5. Tổng số bậc ra của đồ thị là 5.9=45 >36. Vậy điều giả sử là sai. Kết quả của bài toán là không xảy ra.

**Bài toán:** Người ta cần tuyển 3 người phiên dịch cho 6 ngoại ngữ. Có 7 người phiên dịch dự tuyển, mỗi người biết đúng 2 ngoại ngữ xét tuyển và hai người bất kì không biết quá một ngoại ngữ chung. Với mỗi ngoại ngữ trong số 6 ngoại ngữ đều có thể tìm được trong số 7 người phiên dịch này 2 người biết nó. Hỏi có thể tìm được 3 người phiên dịch cho 6 ngoại ngữ trên không?

*GV: Cơ sở nào giúp em lựa chọn đỉnh của đồ thị này?*

*HS: Ở đây có đối tượng 3 người phiên dịch, 6 ngoại ngữ nên có thể chọn người phiên dịch hoặc môn ngoại ngữ làm đỉnh đồ thị. Trong trình bày của em, em chọn ngoại ngữ đóng vai trò đỉnh đồ thị, mỗi một cạnh nối biểu thị cho một người biết hai thứ tiếng. Ta quan tâm đến bậc của đỉnh.*

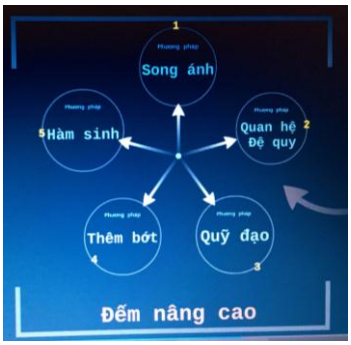
Có thể thấy qua thực hiện DAHT, năng lực tự học, khả năng sáng tạo của HS được nâng cao. Lớp Toán K26-CBG đã tổng hợp được kiến thức, mô hình hóa, đưa ứng dụng của đồ thị vào nhiều bài toán thực tế, đề xuất được một số bài toán minh họa PP. Qua đó thể hiện khả năng tự nghiên cứu của HS, nhất là khi các em gặp những vấn đề phức tạp, đòi hỏi sự nỗ lực tìm tòi, mở rộng kiến thức của mỗi cá nhân cho đến sự hợp tác chung trong một nhóm. Trong quá trình thực hiện DAHT, các nhóm đã tự nghiên cứu những nội dung chuyên sâu của LTĐT và vận dụng kiến thức giải quyết các bài toán cần khả năng phân tích, tổng hợp kiến thức tốt.

*c) Kĩ năng thực hành*

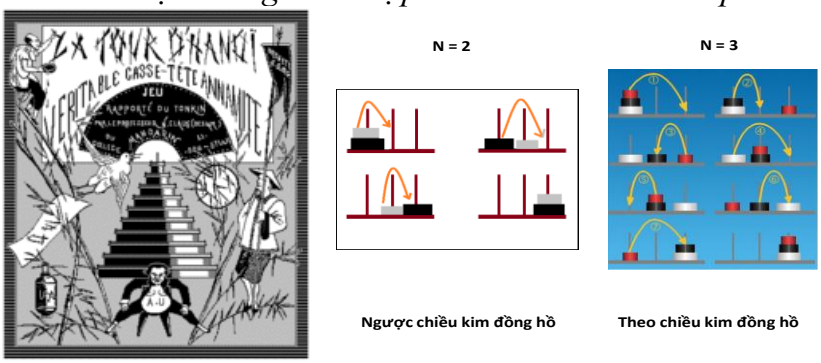
- Kĩ năng tìm kiếm tài liệu của HS sau hai lần thực hiện DAHT đã được nâng cao. HS sử dụng được công nghệ thông tin trong tìm kiếm tài liệu học tập, thiết kế sản phẩm. HS biết cách tra tài liệu trong hệ thống tài liệu tham khảo được cung cấp và biết bổ sung thêm vào tài liệu TRR đúng quy định của GV.

- HS thiết kế được các slide báo cáo, tích cực tìm kiếm hình ảnh minh họa cho bài thuyết trình.

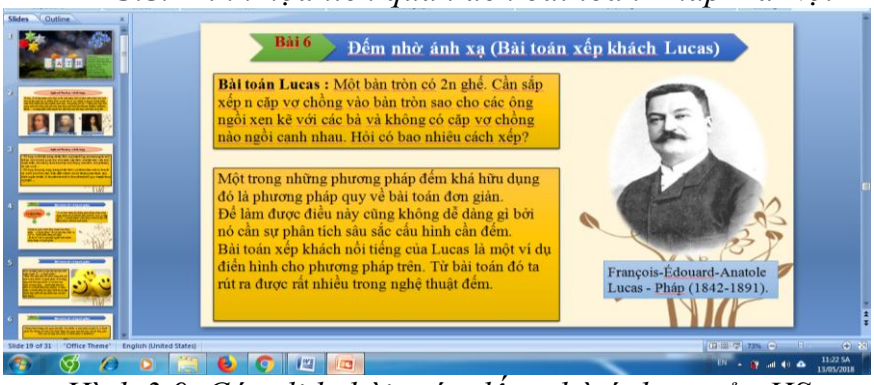
*Hình 3.6. Slide đại cương về tổ hợp*




*Hình 3.7. Slide phân loại các PP đếm*




*Hình 3.8. Minh họa liên quan đến bài toán Tháp Hà Nội*




*Hình 3.9. Các slide bài toán đếm nhờ ánh xạ của HS*

HS Toán K67 - CNH khi giải quyết các bài toán đếm về họ nhà thỏ đã đưa được về dãy số Fibonacci, đồng thời cũng chỉ ra mối quan hệ giữa dãy Fibonacci số cánh của một bông hoa, trên thực tế số lượng cánh hoa trên mỗi bông hoa luôn là một số trong dãy Fibonacci.

*Hình 3.10. Minh họa cánh hoa và dãy Fibonacci*

- HS biết thiết kế các mô hình trực quan để minh họa kiến thức, đồng thời nâng cao chất lượng sản phẩm của DAHT

*Hình 3.11. HS chuẩn bị mô hình báo cáo*

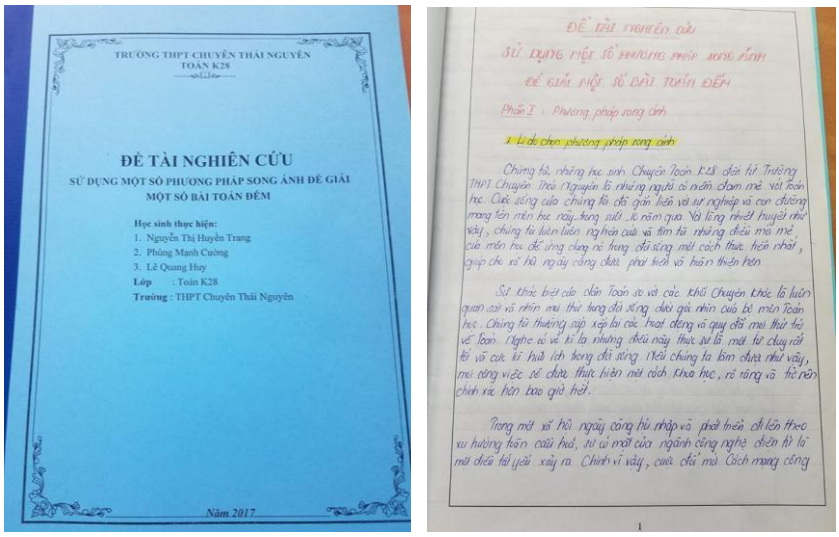
- Qua quá trình báo cáo, trình bày sản phẩm, HS được nâng cao kĩ năng thuyết trình, cần phải nắm chắc được vấn đề thuyết trình, trả lời pháp vấn tốt, xây dựng được môi trường hợp tác, cởi mở với người nghe,...

*Hình 3.12. GV và HS tham dự buổi báo cáo sản phẩm của Toán K26-CBG*

Các GV cho biết, ở TNSP đợt thứ hai, trong quá trình báo cáo, có nhiều nhóm không chỉ có một báo cáo viên mà thường có hai bạn lần lượt báo cáo thể hiện công tác tổ chức thuyết trình trong nhóm tốt. Các HS báo cáo đa số đều bình tĩnh, thuyết trình lưu loát, các GV tổ chức TNSP đều đánh giá nhiều HS đã rèn luyện kĩ năng thuyết trình khá tốt. Khả năng thuyết trình được nâng cao: tích cực tập luyện khả năng thuyết trình, cách thức trình bày và giao tiếp trước đám đông. Bên cạnh đó cũng có một số bạn bị mất bình tĩnh trước đám đông nên còn lúng túng, hiệu quả thuyết trình chưa cao. Đây là những kĩ năng mà có thể HS rất ít khi được rèn luyện nhưng lại cần thiết trong công việc của nhiều em sau này.

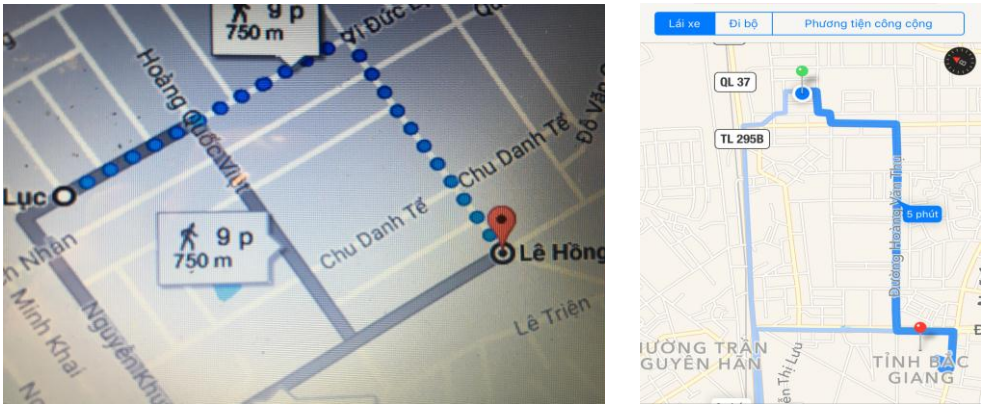
- Thông qua quá trình thực hiện DAHT, HS thể hiện khả năng sáng tạo trong học tập, năng lực tự học, tự nghiên cứu, chủ động hình thành kiến thức và xây dựng được sản phẩm sau dự án có chất lượng tốt.

Các GV tổ chức TNSP đều đánh giá hầu hết sản phẩm của các nhóm dự án có chất lượng tốt, thể hiện được các kiến thức trọng tâm, các nội dung trình bày trong sản phẩm gắn liền với chủ đề của dự án (các nhóm đều có chuyên đề sau dự án, trong đó có nhóm 2 Toán K26-CBG đã làm thành chuyên đề 107 trang, HS có sản phẩm được đăng kỉ yếu Trại hè Hùng Vương,...). Có nhiều nhóm đề xuất các dự án mở rộng hoặc khai thác sâu nội dung trong dự án ban đầu: HS Toán K67-CNH trình bày hướng phát triển thêm của dự án, có thể coi là một dự án mới (từ khoảng cách Taxicab, HS tìm hiểu thêm khoảng cách Large, khi đó xây dựng một số tính chất tương tự và các bài toán tương ứng); HS Toán K26-CBG trình bày cách tìm điểm tương tự điểm Torricelli trong hình học Ơclit nhưng sử dụng khoảng cách Taxicab,...




*Hình 3.13. Sản phẩm sau dự án của K28-CTN*

Các luận điểm trong báo cáo và các nội dung trong sản phẩm đều có minh chứng và lời giải rõ ràng, được trình bày hợp logic, có sử dụng công nghệ hỗ trợ.




*Hình 3.14. HS dùng Google maps minh họa các đường đi*

Hệ thống bài tập vận dụng phong phú, mang tính thực tế, có sự phân tích, đánh giá, trình bày hệ thống và có lời giải đầy đủ... Nhiều nhóm chỉ ra được sản phẩm sau dự án có nhiều nội dung liên quan đến đời sống thực tế, là tài liệu tốt cho việc học tập, nghiên cứu cho HS và GV. Một số nội dung trong sản phẩm sau dự án của HS chúng tôi trích trong phụ lục 6, 7, 8.

*e) Kĩ năng điều chỉnh trong học tập, kĩ năng đánh giá và tự đánh giá*

Các GV tổ chức TNSP nhận xét trong quá trình thực hiện, HS có sự trao đổi với GV về những vấn đề mà trong nhóm chưa giải quyết được. Ví dụ Toán K28-CTN chưa nhận ra được dấu hiệu nhận biết PP ánh xạ khi đọc trên tài liệu tham khảo, không giải thích được lí do tại sao lại chọn ánh xạ hay truy hồi vào bài toán thì các em đã chủ động trình bày với GV. HS Toán K26-CBG trao đổi về việc mở rộng giả thiết của bài toán hay sử dụng nhiều PP khác nhau cho cùng một bài toán,... GV quan sát và thấy HS các nhóm ghi chép, tiếp thu đóng góp của GV, bổ sung thêm vào sản phẩm của mình.

Khi phải sử dụng Google maps nhiều HS gặp khó khăn vì không có phương tiện do nhiều em ở kí túc xá. Khi xây dựng mô hình trực quan đòi hỏi về kinh phí, tuy không nhiều nhưng cũng cần sự hỗ trợ của GV. Cả GV và HS đều chủ động đề xuất và hỗ trợ trong các trường hợp này.

Khi thực hiện dự án về tương tự hóa giữa hình học Ơclit và hình học Taxicab, HS Toán K67-CNH chủ động trao đổi với GV, nhờ thầy kiểm tra lại các định nghĩa dựa trên công thức khoảng cách mới. Vì đây là kiến thức mới và ít tài liệu tham khảo nên trong quá trình tìm hiểu, chứng minh HS đã chủ động trao đổi với các thành viên khác và trao đổi với GV nhằm đảm bảo tính đúng đắn và chặt chẽ của kiến thức. Chính vì

vậy GV đã nắm được tiến độ làm việc của mỗi nhóm, đảm bảo HS đi đúng hướng, tránh được sai từ đầu giúp HS không mất thời gian về sau.

Dự án "Đề xuất một số vận dụng LTĐT vào thực tiễn" là một dự án khó, trong nội dung LTĐT có nhiều vấn đề phức tạp nên có bốn trong tổng số bảy nhóm dự án của Toán K26 - CBG cho biết trong nhóm vẫn còn HS cảm thấy quá sức, chưa tích cực, cần sự hỗ trợ và động viên của GV và các thành viên khác.

*Hình 3.15. GV trao đổi với các nhóm Toán K26-CBG*

Có thể thấy học theo dự án tạo điều kiện cho HS tích cực, phát huy tốt năng lực hợp tác và năng lực tự học. Các em cũng có điều kiện và thoải mái trao đổi các ý tưởng toán học với bạn học. Nội dung dự án gắn liền với thực tế nên HS cho rằng *"Dự án thú vị, gần gũi với thực tế, có nhiều vấn đề mới nhưng không phải là quá khó với chúng em, chỉ cần tập trung nghiên cứu là chúng em có thể tìm ra giải pháp", "Chúng em suy nghĩ nhiều hơn và một vấn đề phân tích theo nhiều hướng khác nhau, làm thế nào cho phù hợp nhất với nội dung của cả nhóm và các thành viên khác"* hay *"Chúng em được rèn luyện kĩ năng làm việc nhóm, mối quan hệ với các bạn gần gũi hơn".* Một HS khác nói rằng *"Trước đây, em chỉ quan tâm đến việc giải ra bài toán, tìm ra các đáp số mà không hay để ý đến vai trò bài toán hay rút ra được gì khi giải bài toán đó, sử dụng bài toán này ở những trường hợp nào trong thực tế,... Sau khi thực hiện xong các DAHT, em đã được rèn luyện cách tìm hiểu, tư duy, giải quyết và đánh giá một vấn đề trong một hệ thống".* Tuy nhiên, bên cạnh đó cũng có những chia sẻ của một số HS tham gia DAHT đặt cho chúng tôi việc cần phải có những nghiên cứu thêm khi tổ chức DHTDA. Một HS phát biểu rằng: "*Em thích học theo dự án vì nó giúp cho em thấy chủ động trong việc học, mặc dù gặp khó khăn khi tự mình phải tìm hiểu kiến thức hoàn toàn mới. Khi đã nắm được các kiến thức mới thì em lại thấy rất tự tin khi trình bày về nó. Hơn nữa để thực hiện DAHT chúng em cần phải vận dụng được kiến thức đã học để giải quyết các tình huống thực tiễn. Tuy nhiên em thấy trong nhóm không phải bạn nào cũng chủ động, tích cực làm việc vì các bạn thấy khó khăn khi phải độc lập thực hiện một số công việc, nên thường*

*không hoàn thành nhiệm vụ. Bên cạnh đó, cũng có bạn cho rằng có những nội dung trong DAHT khó so với đề thi đại học nên không nhất thiết phải nghiên cứu sâu*".

Những chia sẻ của các em cho thấy các em quan tâm và đa số tích cực trong việc học theo dự án. Tuy nhiên, từ các chia sẻ đó cũng cho thấy việc thiết kế các DAHT cho sát với năng lực của HS, sát với nội dung chương trình học tập là vấn đề quan trọng cần quan tâm khi triển khai DHTDA.

### *3.3.2. Kết quả định lượng*

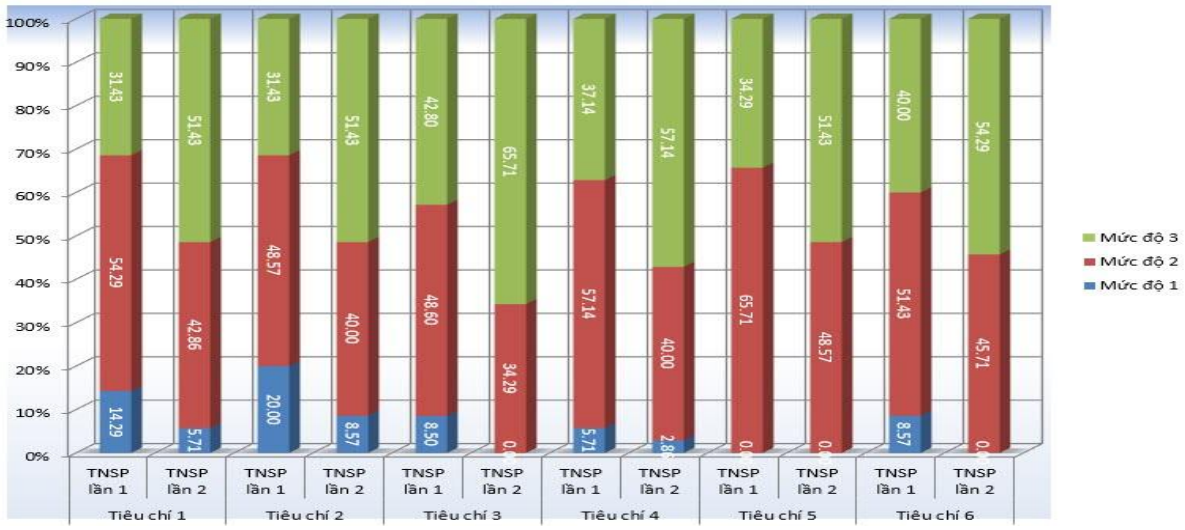
#### *3.3.2.1. Đánh giá thông qua các mức trong bảng tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS*

Căn cứ vào bảng các tiêu chí đánh giá về năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS, GV thiết kế mẫu cho HS tự đánh giá sau khi thực hiện DAHT. Thông qua quá trình theo dõi HS thực hiện DAHT qua hai đợt TNSP và thông qua đánh giá của các thành viên trong nhóm đối với mỗi cá nhân, GV TNSP xác nhận các mức độ đánh giá của HS. Mẫu phiếu đánh giá được trình bày trong phụ lục 3 (tr P5). Tổng hợp các kết quả thông qua phiếu đánh giá của HS, chúng tôi có những đánh giá định lượng được thể hiện trong các bảng phía dưới.

*a) Đánh giá năng lực hợp tác*

*Bảng 3.1. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K26-CBG trong DHTDA một số chủ đề TRR*

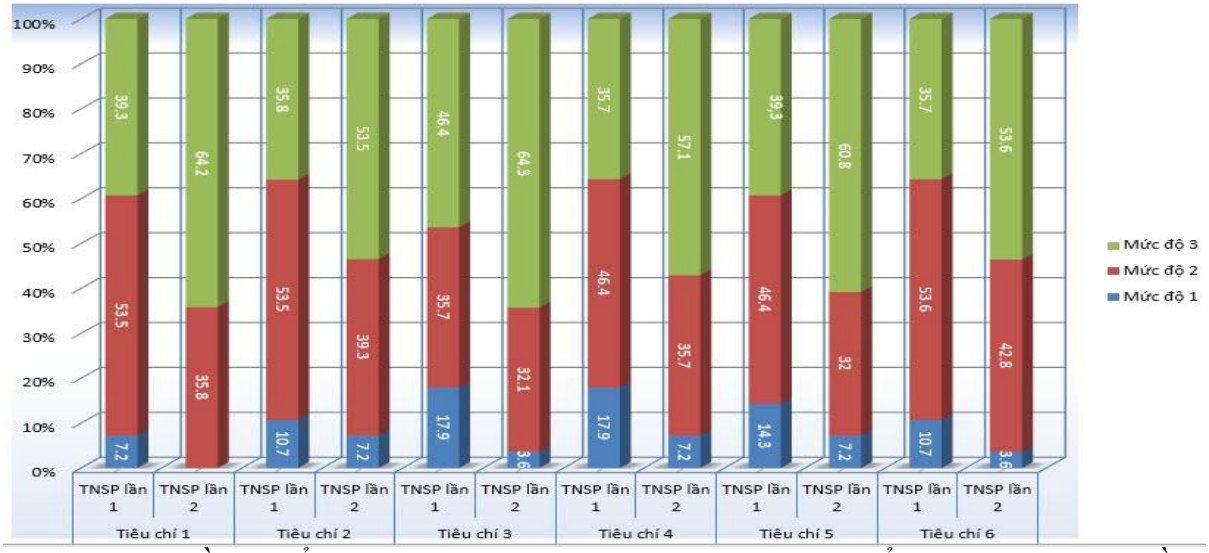
| **Tiêu chí** | **Mức độ** | **Kết quả đạt được** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **TNSP lần 1** | | **TNSP lần 2** | |
| | | **Số HS** | **%** | **Số HS** | **%** |
| **1.** Dự kiến công việc, xác định vai trò cá nhân và cách thức hợp tác trong nhóm *(kĩ năng tổ chức nhóm)* | **1** | 5 | 14,3 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 19 | 54,3 | 15 | 42,8 |
| | **3** | 11 | 31,4 | 18 | 51,4 |
| **2.** Biết xác định công việc cụ thể theo trình tự thời gian; phân chia, nhận nhiệm vụ phù hợp *(kĩ năng lập kế hoạch hợp tác)* | **1** | 7 | 20 | 3 | 8,6 |
| | **2** | 17 | 48,6 | 14 | 40 |
| | **3** | 11 | 31,4 | 18 | 51,4 |
| **3.** Tinh thần xây dựng và giải quyết mâu thuẫn trong nhóm *(kĩ năng tạo môi trường hợp tác)* | **1** | 3 | 8,6 | 0 | 0 |
| | **2** | 17 | 48,6 | 12 | 34,3 |
| | **3** | 15 | 42,8 | 23 | 65,7 |
| **4.** Khả năng trình bày ý kiến cá nhân trong nhóm *(kĩ năng diễn đạt)* | **1** | 2 | 5,8 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 20 | 57,1 | 14 | 40 |
| | **3** | 13 | 37,1 | 20 | 57,1 |
| **5.** Biết lắng nghe và phản hồi trong khi thảo luận nhóm *(kĩ năng lắng nghe và phản hồi)* | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | **2** | 23 | 65,7 | 17 | 48,6 |
| | **3** | 12 | 34,3 | 18 | 51,4 |
| **6.** Biết tự đánh giá kết quả của bản thân và đánh giá các thành viên trong nhóm, nhóm khác *(kĩ năng đánh giá và tự đánh giá)* | **1** | 3 | 8,6 | 0 | 0 |
| | **2** | 18 | 51,4 | 16 | 45,7 |
| | **3** | 14 | 40 | 19 | 54,3 |




*Hình 3.16. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực hợp tác thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K26-CBG*

*Bảng 3.2. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K28-CTN trong DHTDA một số chủ đề TRR*

| **Tiêu chí** | **Mức độ** | **Kết quả đạt được** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **TNSP lần 1** | | **TNSP lần 2** | |
| | | **Số HS** | **%** | **Số HS** | **%** |
| **1.** Dự kiến công việc, xác định vai trò cá nhân và cách thức hợp tác trong nhóm *(kĩ năng tổ chức nhóm)* | **1** | 2 | 7,2 | 0 | 0 |
| | **2** | 15 | 53,5 | 10 | 35,8 |
| | **3** | 11 | 39,3 | 18 | 64,2 |
| **2.** Biết xác định công việc cụ thể theo trình tự thời gian; phân chia, nhận nhiệm vụ phù hợp *(kĩ năng lập kế hoạch hợp tác)* | **1** | 3 | 10,7 | 2 | 7,2 |
| | **2** | 15 | 53,5 | 11 | 39,3 |
| | **3** | 10 | 35,8 | 15 | 53,5 |
| **3.** Tinh thần xây dựng và giải quyết mâu thuẫn trong nhóm *(kĩ năng tạo môi trường hợp tác)* | **1** | 5 | 17,9 | 1 | 3,6 |
| | **2** | 10 | 35,7 | 9 | 32,1 |
| | **3** | 13 | 46,4 | 18 | 64,3 |
| **4.** Khả năng trình bày ý kiến cá nhân trong nhóm *(kĩ năng diễn đạt)* | **1** | 5 | 17,9 | 2 | 7,2 |
| | **2** | 13 | 46,4 | 10 | 35,7 |
| | **3** | 10 | 35,7 | 16 | 57,1 |
| **5.** Biết lắng nghe và phản hồi trong khi thảo luận nhóm *(kĩ năng lắng nghe và phản hồi)* | **1** | 4 | 14,3 | 2 | 7,1 |
| | **2** | 13 | 46,4 | 9 | 32,1 |
| | **3** | 11 | 39,3 | 22 | 60,8 |
| **6.** Biết tự đánh giá kết quả của bản thân và đánh giá các thành viên trong nhóm, nhóm khác *(kĩ năng đánh giá và tự đánh giá)* | **1** | 3 | 10,7 | 1 | 3,6 |
| | **2** | 15 | 53,6 | 12 | 42,8 |
| | **3** | 10 | 35,7 | 15 | 53,6 |




*Hình 3.17. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực hợp tác thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K28-CTN*

Chúng tôi sử dụng phần mềm SPSS để đánh giá độ tin cậy của dữ liệu thu được thông qua tính độ tin cậy Spearman- Brown và kết quả được thể hiện theo bảng:

| Lớp thực nghiệm | TNSP lần 1 | | TNSP lần 2 | |
|---|---|---|---|---|
| | Hệ số tương quan $r_{hh}$ | Độ tin cậy Spearman- Brown $R_{SB}$ | Hệ số tương quan $r_{hh}$ | Độ tin cậy Spearman- Brown $R_{SB}$ |
| Toán K26-CBG | 0,72 | 0,84 | 0,76 | 0,86 |
| Toán K28-CTN | 0,71 | 0,83 | 0,75 | 0,85 |

Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K26-CBG và Toán K68-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR chúng tôi xin trình bày trong phần phụ lục.

*Phân tích kết quả định lượng:* Từ kết quả và biểu đồ xử lí số liệu cho thấy:

- Sau đợt TNSP lần hai cho thấy các tiêu chí trong bảng đo năng lực hợp tác tăng theo chiều hướng tích cực. Sau TNSP lần hai, tỷ lệ mức 3 ở các tiêu chí đều tăng, giảm được tỷ lệ mức 1. Ví dụ đối với TNSP tại lớp Toán K67-CNH, ở tiêu chí 1, sau TNSP lần thứ nhất, tỷ lệ ở các mức 1, mức 2, mức 3 lần lượt là 14,3%, 54,3% và 31,4%. Sau khi TNSP lần hai, tỷ lệ các mức 1, 2, 3 lần lượt là 5,8%, 42,8%, 51,4%. Chứng tỏ mức 1 đã được hạn chế xuống còn 5,8% và mức 3 được nâng lên 51,4% . Đối với TNSP tại lớp Toán K28-CTN, ở tiêu chí 2, sau TNSP lần thứ nhất, tỷ lệ ở các mức 1, mức 2, mức 3 lần lượt là 10,7%, 53,5% và 35,8%. Sau khi TNSP lần hai, tỷ lệ các mức 1, 2, 3

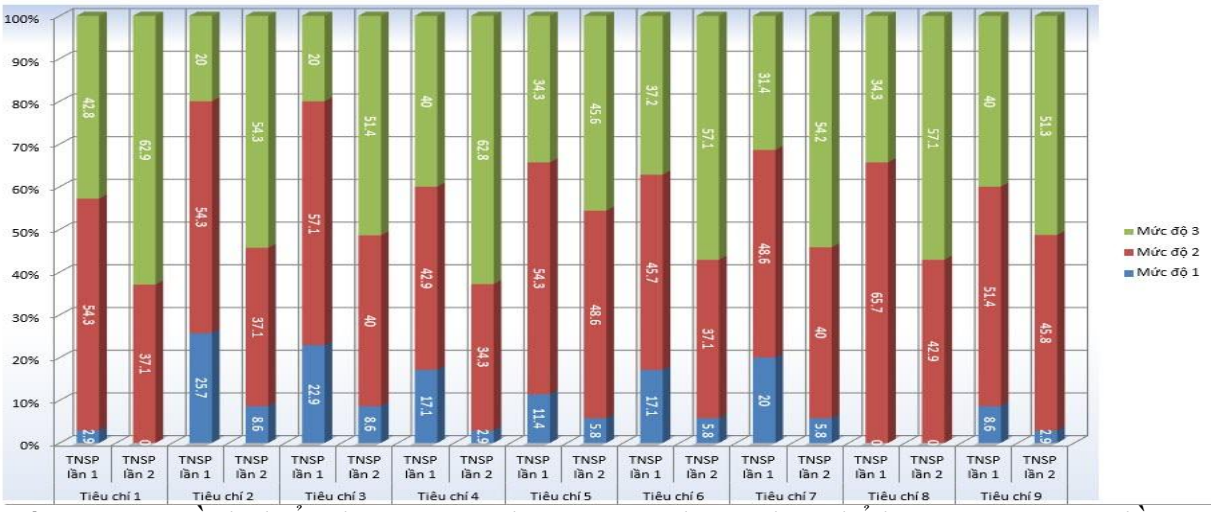
lần lượt là 7,1%, 39,3%, 53,5%. Chứng tỏ mức 1 đã được hạn chế xuống còn 7,1% và mức 3 được nâng lên 53,5%. Theo dõi các chỉ số trong bảng, có thể rút ra nhận xét qua hai đợt TNSP, mức độ các tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác của HS đã được nâng cao, thể hiện hiệu quả của DHTDA với năng lực hợp tác của người học.

- Các kết quả độ tin cậy Spearman- Brown $R_{SB}$ ở hai lần TNSP đều lớn hơn 0,7 chứng tỏ các kết quả đánh giá theo các tiêu chí trong hai bảng trên là đáng tin cậy, có thể khẳng định DHTDA hỗ trợ HS trong việc rèn luyện năng lực hợp tác và có thể đánh giá được năng lực hợp tác thông qua bảng tiêu chí đã xây dựng.

*b) Đánh giá năng lực tự học*

*Bảng 3.3. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K26-CBG trong DHTDA một số chủ đề TRR*

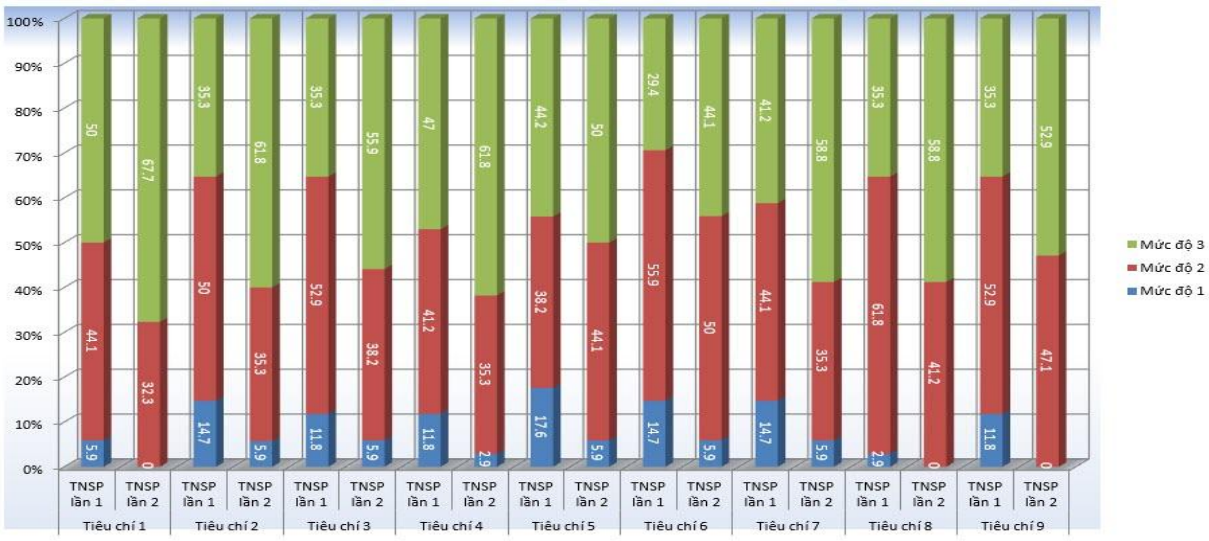
| **Tiêu chí** | **Mức độ** | **Kết quả đạt được** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **TNSP lần 1** | | **TNSP lần 2** | |
| | | **Số HS** | **%** | **Số HS** | **%** |
| **1.** Xác định mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được *(kĩ năng lập kế hoạch)* | **1** | 1 | 2,9 | 0 | 0 |
| | **2** | 19 | 54,3 | 13 | 37,1 |
| | **3** | 15 | 42,8 | 22 | 62,9 |
| **2.** Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ *(kĩ năng lập kế hoạch)* | **1** | 9 | 25,7 | 3 | 8,6 |
| | **2** | 19 | 54,3 | 13 | 37,1 |
| | **3** | 7 | 20 | 19 | 54,3 |
| **3.** Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể theo thời gian *(kĩ năng lập kế hoạch)* | **1** | 8 | 22,9 | 3 | 8,6 |
| | **2** | 20 | 57,1 | 14 | 40 |
| | **3** | 7 | 20 | 18 | 51,4 |
| **4.** Biết phát hiện vấn đề, khả năng huy động và vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề đặt ra *(kĩ năng giải quyết vấn đề)* | **1** | 6 | 17,1 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 15 | 42,9 | 12 | 34,3 |
| | **3** | 14 | 40 | 22 | 62,8 |
| **5.** Trình bày vấn đề khi thảo luận nhóm, khả năng đưa ý tưởng, PP mới *(kĩ năng giải quyết vấn đề)* | **1** | 4 | 11,4 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 19 | 54,3 | 17 | 48,6 |
| | **3** | 12 | 34,3 | 16 | 45,6 |
| **6.** Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và hiệu quả *(kĩ năng thực hành)* | **1** | 6 | 17,1 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 16 | 45,7 | 13 | 37,1 |
| | **3** | 13 | 37,2 | 20 | 57,1 |
| **7.** Biết viết báo cáo và thuyết trình *(kĩ năng thực hành)* | **1** | 7 | 20 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 17 | 48,6 | 14 | 40 |
| | **3** | 11 | 31,4 | 19 | 54,2 |
| **8.** Biết lắng nghe, góp ý cho thành viên khác, biết tiếp thu nhận xét, điều chỉnh hoạt động *(kĩ năng tự điều chỉnh trong học tập)* | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | **2** | 23 | 65,7 | 15 | 42,9 |
| | **3** | 12 | 34,3 | 20 | 57,1 |
| **9.** Biết đánh giá và tự đánh giá, rút ra được bài học cho bản thân và thành viên khác *(kĩ năng đánh giá và tự đánh giá)* | **1** | 3 | 8,6 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 18 | 51,4 | 16 | 45,8 |
| | **3** | 14 | 40 | 18 | 51,3 |




*Hình 3.18. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực tự học thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K26-CBG*

*Bảng 3.4. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K68-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR*

| **Tiêu chí** | **Mức độ** | **Kết quả đạt được** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **TNSP lần 1** | | **TNSP lần 2** | |
| | | **Số HS** | **%** | **Số HS** | **%** |
| **1.** Xác định mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được *(kĩ năng lập kế hoạch)* | **1** | 2 | 5,9 | 0 | 0 |
| | **2** | 15 | 44,1 | 11 | 32,3 |
| | **3** | 17 | 50 | 23 | 67,7 |
| **2.** Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ *(kĩ năng lập kế hoạch)* | **1** | 5 | 14,7 | 2 | 5,9 |
| | **2** | 17 | 50 | 11 | 35,3 |
| | **3** | 12 | 35,3 | 21 | 61,8 |
| **3.** Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể theo thời gian *(kĩ năng lập kế hoạch)* | **1** | 4 | 11,8 | 2 | 5,9 |
| | **2** | 18 | 52,9 | 13 | 38,2 |
| | **3** | 12 | 35,3 | 19 | 55,9 |
| **4.** Biết phát hiện vấn đề, khả năng huy động và vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề đặt ra *(kĩ năng giải quyết vấn đề)* | **1** | 4 | 11,8 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 14 | 41,2 | 12 | 35,3 |
| | **3** | 16 | 47 | 21 | 61,8 |
| **5.** Trình bày vấn đề khi thảo luận nhóm, khả năng đưa ý tưởng, PP mới *(kĩ năng giải quyết vấn đề)* | **1** | 6 | 17,6 | 2 | 5,9 |
| | **2** | 13 | 38,2 | 15 | 44,1 |
| | **3** | 15 | 44,2 | 17 | 50 |
| **6.** Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và hiệu quả *(kĩ năng thực hành)* | **1** | 5 | 14,7 | 2 | 5,9 |
| | **2** | 19 | 55,9 | 17 | 50 |
| | **3** | 10 | 29,4 | 15 | 44,1 |
| **7.** Biết viết báo cáo và thuyết trình *(kĩ năng thực hành)* | **1** | 5 | 14,7 | 2 | 5,9 |
| | **2** | 15 | 44,1 | 12 | 35,3 |
| | **3** | 14 | 41,2 | 20 | 58,8 |
| **8.** Biết lắng nghe, góp ý cho thành viên khác, đồng thời tiếp thu nhận xét, điều chỉnh hoạt động *(kĩ năng tự điều chỉnh trong học tập)* | **1** | 1 | 2,9 | 0 | 0 |
| | **2** | 21 | 61,8 | 14 | 41,2 |
| | **3** | 12 | 35,3 | 20 | 58,8 |
| **9.** Biết đánh giá và tự đánh giá, rút ra được bài học cho bản thân và thành viên khác *(kĩ năng đánh giá và tự đánh giá)* | **1** | 4 | 11,8 | 0 | 0 |
| | **2** | 18 | 52,9 | 16 | 47,1 |
| | **3** | 12 | 35,3 | 18 | 52,9 |




*Hình 3.19. Đồ thị biểu thị các mức độ của năng lực tự học thể hiện trong TNSP lần 1 và TNSP lần 2 của Toán K68-CNH*

Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K28-CTN và Toán K67-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR chúng tôi xin trình bày trong phần phụ lục.

Độ tin cậy của dữ liệu thu được thông qua tính độ tin cậy Spearman- Brown và kết quả được thể hiện theo bảng:

| Lớp thực nghiệm | TNSP lần 1 | | TNSP lần 2 | |
|---|---|---|---|---|
| | Hệ số tương quan $r_{hh}$ | Độ tin cậy Spearman- Brown $R_{SB}$ | Hệ số tương quan $r_{hh}$ | Độ tin cậy Spearman- Brown $R_{SB}$ |
| Toán K26-CBG | 0,72 | 0,84 | 0,74 | 0,85 |
| Toán K28-CTN | 0,75 | 0,86 | 0,77 | 0,87 |

*Phân tích kết quả định lượng:* Từ kết quả và biểu đồ xử lí số liệu cho thấy:

- Sau đợt TNSP lần hai, giống như đánh giá các tiêu chí của năng lực hợp tác, các tiêu chí đo năng lực tự học cũng tăng theo chiều hướng tích cực: tăng tỷ lệ mức 3 và giảm được tỷ lệ mức 1. Ta có thể liệt kê ví dụ đối với một số tiêu chí. Đối với TNSP tại lớp Toán K26-CBG, ở tiêu chí 4 về khả năng giải quyết vấn đề, sau TNSP lần thứ nhất, tỷ lệ ở các mức 1, mức 2, mức 3 lần lượt là 11,8%, 41,2% và 47%. Sau khi TNSP lần hai, tỷ lệ các mức 1, 2, 3 lần lượt là 2,9%, 35,3%, 61,8%. Chứng tỏ mức 1 đã được hạn chế từ 5,8% xuống còn 2,9% và mức 3 được nâng lên từ 47% lên 61,8%. Đối với TNSP tại lớp Toán K68-CTN, ở tiêu chí 9, sau TNSP lần thứ nhất, tỷ lệ ở các mức 1, mức 2, mức 3 lần lượt là 11,8%, 52,9% và 35,3%. Sau khi TNSP lần hai, tỷ lệ các mức 1, 2, 3 lần lượt là 0%, 41,7%, 52,9%. Chứng tỏ sau TNSP lần hai không có tình trạng

HS không biết đánh giá hoặc đánh giá không chính xác. Mọi HS đều ít nhất là đánh giá đúng kết quả của bản thân và các thành viên khác, trong đó có 52,9% ngoài việc đánh giá chính xác còn rút được kinh nghiệm cho bản thân, tạo động cơ cho việc tự học tiếp theo. Theo dõi các chỉ số trong bảng, có thể rút ra nhận xét qua hai đợt TNSP, mức độ các tiêu chí đánh giá năng lực tự học của HS đã được nâng cao, thể hiện hiệu quả của DHTDA với năng lực tự học của người học.

- Các kết quả độ tin cậy Spearman- Brown $R_{SB}$ đều lớn hơn 0,7 ở hai lần TNSP chứng tỏ các kết quả đánh giá theo các tiêu chí trong hai bảng trên là đáng tin cậy, có thể khẳng định DHTDA hỗ trợ HS trong việc rèn luyện năng lực tự học và có thể đánh giá được năng lực tự học thông qua bảng tiêu chí đã xây dựng.

***3.3.2.2. Đánh giá thông qua bộ công cụ đánh giá quá trình thực hiện dự án của nhóm***

Ngoài việc đánh giá năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS thông qua các tiêu chí, chúng tôi còn đánh giá thông qua bộ công cụ đánh giá quá trình thực hiện dự án của cả nhóm. GV căn cứ vào các tiêu chí và mức điểm tương ứng trong bộ công cụ đánh giá sẽ cho điểm số cụ thể đối với mỗi nhóm dự án và với từng cá nhân trong nhóm. Sau đó kết hợp với bài kiểm tra tự luận sẽ đánh giá chính xác hơn khả năng tự học của HS.

Sau khi các nhóm hoàn thành dự án, GV thực hiện các đánh giá cả nhóm dự án và từng HS theo phương án đánh giá kết quả của DAHT ở mục 2.5.2. Ngoài ra GV tiến hành kiểm tra tự luận cả lớp lấy điểm kiểm tra chuyên đề, qua đó cũng có sự đối chiếu với điểm thực hiện dự án (điểm lẻ đến 0,5). Các GV TNSP đã chuẩn bị các đề kiểm tra sau DAHT của HS (xem phụ lục 9, tr P50). Điểm của GV tổ chức TNSP đánh giá quá trình và kết quả thực hiện các DAHT của HS; các kết quả kiểm tra chuyên đề của HS sau TNSP lần thứ hai theo các bảng dưới đây:

*Bảng 3.5. Kết quả điểm thực hiện dự án và điểm tự luận của HS sau TNSP lần hai*

| **Lớp** | **Điểm** | **Số HS** | **6** | **6,5** | **7** | **7,5** | **8** | **8,5** | **9** | **9,5** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Toán K67-CNH | Điểm dự án | 35 | 0 | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 6 | 1 | 1 |
| | Điểm tự luận | 35 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 4 | 1 | 0 |
| Toán K68-CNH | Điểm dự án | 34 | 0 | 2 | 4 | 7 | 5 | 8 | 5 | 2 | 1 |
| | Điểm tự luận | 34 | 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 11 | 5 | 1 | 0 |
| Toán K28-CTN | Điểm dự án | 28 | 1 | 1 | 2 | 3 | 6 | 7 | 5 | 1 | 2 |
| | Điểm tự luận | 28 | 2 | 0 | 4 | 2 | 7 | 4 | 6 | 2 | 1 |
| Toán K26-CBG | Điểm dự án | 35 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 | 9 | 5 | 3 | 1 |
| | Điểm tự luận | 35 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 5 | 3 | 1 | 1 |

*Bảng 3.6. Mô tả mốt, trung vị, giá trị trung bình của điểm dự án và điểm tự luận*

| Lớp | Điểm | Số HS | Mốt | Trung vị | Giá trị trung bình |
|---|---|---|---|---|---|
| Toán K67-CNH | Điểm dự án | 35 | 8,5 | 8 | 8,21 |
| | Điểm tự luận | 35 | 8,5 | 8 | 7,85 |
| Toán K68-CNH | Điểm dự án | 34 | 8,5 | 8 | 8,10 |
| | Điểm tự luận | 34 | 8,5 | 8,5 | 7,91 |
| Toán K28-CTN | Điểm dự án | 28 | 8,5 | 8,5 | 8,25 |
| | Điểm tự luận | 28 | 8 | 8 | 8,14 |
| Toán K26-CBG | Điểm dự án | 35 | 8,5 | 8,5 | 8,17 |
| | Điểm tự luận | 35 | 8 | 8 | 7,83 |

Qua đối chiếu điểm thực hiện dự án và điểm kiểm tra tự luận của các lớp sau TNSP lần hai, chúng tôi nhận thấy các số HS ở các mức điểm dự án và điểm tự luận khá tương đồng (từ mốt, trung vị cho đến giá trị trung bình). Để khẳng định thêm kết quả, chúng tôi đánh giá bằng cách so sánh điểm trung bình của các lớp được đánh giá trong dự án học tập và điểm tự luận qua bài kiểm tra của HS.

Giả thuyết $H_0$: $a_1 = a_2$; "Điểm trung bình thực hiện dự án và tự luận là như nhau"

Đối thuyết $H_1$: $a_1 < a_2$; "Điểm trung bình thực hiện dự án và tự luận là khác nhau".

| Lớp | $\overline{X_1}$ | $\overline{X_2}$ | $s_1^2$ | $s_2^2$ | $s$ | $Z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Toán K67-CNH | 8,21 | 7,85 | 0,58 | 0,82 | 0,84 | 1,79 |
| Toán K68-CNH | 8,10 | 7,91 | 0,77 | 0,93 | 0,92 | 0,85 |
| Toán K28-CTN | 8,25 | 8,14 | 0,90 | 1,014 | 0,98 | 0,42 |
| Toán K26-CBG | 8,17 | 7,83 | 0,80 | 0,79 | 0,89 | 1,60 |

Từ bảng tổng hợp số liệu, sau khi tính toán, ta thấy tại các lớp TNSP, các giá trị $Z$ đều thỏa mãn $Z < z_{0,05} = 1,96$, do đó chấp nhận $H_0$. Vậy số điểm trung bình đánh giá thông qua công cụ đánh giá trong dự án và thông qua bài kiểm tra tự luận là như nhau. Có thể nhận xét đánh giá thông qua bộ công cụ đánh giá chính xác so với năng lực HS thể hiện trong bài tự luận.

Bên cạnh đó, đánh giá chung về các nhóm thực hiện dự án (ở đợt TNSP thứ hai có 33 lượt các nhóm thực hiện 33 sản phẩm DAHT), qua tổng hợp các phiếu đánh giá của GV tổ chức TNSP sau đợt TNSP thứ hai cho thấy:

- Đánh giá các mặt trong hợp tác nhóm: có 29 nhóm dự án (87,8%) được đánh giá các thành viên trong nhóm tham gia đầy đủ và có tinh thần, thái độ làm việc nghiêm túc, nắm rõ nhiệm vụ được giao; 25 nhóm (75,7%) được GV đánh giá trong nhóm có nhiều thành viên đưa ra được giải pháp hiệu quả, có tính xây dựng; 23

nhóm dự án (69,7%) các thành viên tích cực đặt các câu hỏi và có sự phân tích, phản hồi,... trong khi thảo luận.

- Đánh giá báo cáo sản phẩm của nhóm: Cả 33 nhóm dự án đều chuẩn bị sản phẩm và báo cáo viên, trong đó 27 nhóm dự án (81,8%) các báo cáo viên có sự chuẩn bị tốt nên thuyết trình lưu loát, trình bày rõ ràng mục đích và các nội dung đã thực hiện trong DAHT. Tuy nhiên vẫn còn 4 nhóm dự án (12,1%) báo cáo viên trình bày còn ngập ngừng, các luận điểm chính mới tương đối hợp lí và vẫn còn sai sót trong trình bày, nhiều chỗ còn chưa thuyết phục người nghe. Có 2 nhóm dự án (6,1%) báo cáo viên trình bày chưa rõ ràng, sự truyền đạt còn rời rạc, không có sự kết nối, chưa thuyết phục người theo dõi.

- Đánh giá chất lượng sản phẩm sau DAHT: 28 nhóm dự án (84,8%) chuẩn bị các nội dung trong sản phẩm tốt, xây dựng được các vận dụng thực tiễn, gắn liền với chủ đề của dự án. Các nhóm này đều quan tâm đến các nguyên nhân và có những minh chứng, đáp án trong các vấn đề trình bày. Khi thuyết trình, các thành viên trong các nhóm trả lời được đa số các câu hỏi của GV đặt ra, thể hiện sự bao quát trong DAHT. Tuy nhiên vẫn có 3 nhóm dự án (9,1%) GV đánh giá mới đạt chất lượng ở mức trung bình. Nội dung trong dự án chưa đầy đủ, hệ thống bài tập, luận điểm minh họa còn hạn chế, ít vận dụng thực tiễn; 2 nhóm (6,1%) chưa tìm hiểu để giải quyết những nhiệm vụ cụ thể trong câu hỏi định hướng do đó sản phẩm sau dự án chưa chính xác theo yêu cầu của DAHT. Trong sản phẩm của 2 nhóm này các kiến thức thể hiện còn thiếu và chưa sát với chủ đề của DAHT.

### 3.4. Trao đổi, rút ra nhận xét sau thực nghiệm sư phạm

Sau quá trình tổ chức TNSP DHTDA một số chủ đề của TRR, chúng tôi tiến hành trao đổi chuyên môn với các GV thực hiện. Qua trao đổi chúng tôi nhận thấy để thực hiện DHTDA đạt hiệu quả, rèn luyện được năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS, GV cần đảm bảo các điều kiện sau:

- GV luôn bám sát vào mục tiêu dạy học, xác định rõ những chuẩn kiến thức nào HS cần nắm vững, những kiến thức nào HS cần tiếp cận, xây dựng được và được GV xác nhận, củng cố.

- Nội dung của các bài học mà GV lựa chọn để thiết kế các DAHT trước hết phải gắn với nội dung bài học và xuất phát từ thực tiễn hoặc có ứng dụng thực tiễn, điều này

sẽ kích thích HS tự học, tự nghiên cứu. Để lựa chọn được nội dung thiết kế DAHT, GV cần nắm vững được một số ứng dụng của TRR vào thực tiễn. Ví dụ dự án *"Đề xuất một số tình huống thực tiễn có vận dụng PP đếm nâng cao"* xuất phát từ nhu cầu đếm để nắm bắt được số lượng, liệt kê các trường hợp để tìm được phương án tối ưu nhất,... Dự án *"Điều tra thành tích học tập của HS ở trường THPT Chuyên Bắc Giang"* yêu cầu HS thực hiện các hoạt động thống kê, điều tra, phỏng vấn,...qua đó biết được thêm thông tin về trường mình. Bên cạnh đó, nội dung DAHT phải gần gũi và phù hợp với điều kiện của người học, GV và HS có khả năng chuẩn bị được các điều kiện cơ sở vật chất phục vụ thực hiện dự án, phải xây dựng được các kế hoạch thực hiện cụ thể.

- Cần xây dựng và bổ sung hệ thống tài liệu tham khảo các chủ đề TRR để HS có nguồn tư liệu trong quá trình thực hiện dự án và chủ động trong học tập.

- Các DAHT phải định hướng vào người học, tạo cơ hội cho HS hoạt động và hợp tác. Trong dạy học bằng PP thuyết trình, GV nắm giữ kiến thức rồi truyền tải đến HS. Đối với DHTDA, GV phải đặt ra các mục đích, yêu cầu và có thể thiết kế các hoạt động, nhiệm vụ, tạo ra động lực kích thích HS làm việc tích cực, chủ động. HS được đặt vào vị trí là người tự lực giải quyết vấn đề, GV chỉ đóng vai trò tư vấn, hỗ trợ HS khi cần thiết.

- GV cần xây dựng bộ câu hỏi định hướng. Bộ câu hỏi định hướng sẽ giúp HS trong quá trình thực hiện DAHT, định hướng HS thực hiện những nhiệm vụ trọng tâm của dự án. Câu hỏi định hướng cần kích thích và duy trì được hứng thú, mang tính thách thức nhưng cũng phải đảm bảo tính vừa sức đối với HS.

- GV cần xây dựng được kế hoạch đánh giá thường xuyên và liên tục để có thể đánh giá chính xác sự hợp tác và quá trình tự học của HS. Qua đó GV biết được mức độ nắm kiến thức của HS, định hướng, khuyến khích HS hoạt động, hợp tác, đồng thời ghi nhận kết quả làm việc của các em.

- GV cần thành thạo công nghệ thông tin để có thể sử dụng chúng hiệu quả trong giảng dạy, trong việc tìm kiếm tài liệu hỗ trợ HS, kết nối tốt với HS, hướng dẫn HS sử dụng công nghệ trong thực hiện DAHT,...

- GV cần liên hệ cùng nhà trường và gia đình tạo điều kiện tốt nhất cho HS thực hiện dự án như hỗ trợ điều kiện vật chất (phòng họp nhóm, bản đồ, máy tính, Internet, kính phí khác,...), hỗ trợ HS về thời gian, động viên tinh thần trong quá trình HS thực hiện dự án,...

## Kết luận chương 3

TNSP đã được triển khai với ba trong số năm DAHT đã thiết kế và thực nghiệm làm hai đợt tại bốn lớp chuyên Toán thuộc các trường THPT Chuyên Bắc Giang, THPT Chuyên Thái Nguyên và THPT Chuyên Nguyễn Huệ. Qua quá trình quan sát HS thực hiện dự án, qua sổ theo dõi dự án và qua các tiêu chí đánh giá năng lực hợp tác và năng lực tự học, sau khi phân tích định tính và định lượng, có thể thấy:

- Quy trình thiết kế DAHT và các quy trình tổ chức DHTDA chủ đề TRR là phù hợp, hiệu quả đối với HS chuyên Toán và có tính khả thi.

- Thông qua quá trình thực hiện DAHT một số chủ đề TRR, HS được rèn luyện kĩ năng, nâng cao năng lực hợp tác. DHTDA giúp HS có tinh thần trách nhiệm với nhiệm vụ được giao, có tính tập thể, cộng đồng, có kĩ năng tạo môi trường hợp tác làm việc, xây dựng được mối quan hệ đoàn kết thông qua học tập.

- DHTDA giúp HS rèn luyện kĩ năng, nâng cao năng lực tự học. Việc học tập thông qua dự án giúp HS chủ động, phát huy được tính sáng tạo, rèn luyện được kĩ năng lập kế hoạch trong học tập, kĩ năng giải quyết vấn đề và tiếp thu, tự điều chỉnh trong học tập. HS ngoài việc hình thành kiến thức còn biết vận dụng kiến thức vào một số tình huống thực tiễn.

Như vậy có thể thấy rằng DHTDA chủ đề TRR tạo điều kiện cho HS nâng cao năng lực hợp tác, năng lực tự học, HS sáng tạo trong học tập, từ đó đáp ứng các yêu cầu đổi mới về PPDH, mục tiêu giáo dục ở trường THPT Chuyên.

# KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

## 1. Những kết quả đạt được

Căn cứ vào mục tiêu và nhiệm vụ của đề tài, trong khuôn khổ luận án này, chúng tôi đã thực hiện và đạt được những kết quả sau:

1. Luận án đã tổng quan được cơ sở lí luận về DHTDA và lí giải được sự phù hợp của việc tổ chức DHTDA chủ đề TRR cho HS chuyên Toán trên cơ sở: phân tích rõ hơn về những nhiệm vụ, mục tiêu cũng như những định hướng đổi mới PPDH môn Toán tại trường THPT Chuyên; cơ sở khoa học về DHTDA; đặc điểm tâm sinh lí và đặc điểm nhận thức của HS chuyên Toán.

2. Luận án đã đề đề xuất quy trình thiết kế DAHT và quy trình tổ chức DHTDA phù hợp với khả năng của HS chuyên Toán. Ở quy trình thiết kế DAHT, chúng tôi quan tâm đến việc xác định mục tiêu của dự án cũng như bộ câu hỏi định hướng ở mỗi DAHT. Luận án vận dụng quy trình đã xây dựng để thiết kế và tổ chức 5 DAHT thuộc chủ đề TRR. Luận án cũng đã xây dựng một số nguồn tư liệu học tập nội dung TRR để hỗ trợ GV và HS trong việc thực hiện các DAHT chủ đề này.

3. Luận án đã đề xuất các tiêu chí đánh giá định tính và định lượng để đánh giá năng lực hợp tác, năng lực tự học của HS; phân tích một số biểu hiện và một số biện pháp nâng cao năng lực hợp tác, năng lực tự học trong quá trình thực hiện DAHT chủ đề TRR. Từ đó có thể khẳng định việc DHTDA chủ đề TRR cho HS THPT chuyên Toán đã phát triển năng lực hợp tác và năng lực tự học cho HS, từ đó góp phần nâng cao chất lượng dạy và học chuyên Toán, đáp ứng yêu cầu đặt ra. Luận án cũng đã thiết kế bộ công cụ đánh giá bao gồm 5 bảng kiểm, đảm bảo đánh giá định tính và định lượng quá trình và kết quả học tập, là công cụ hỗ trợ và thúc đẩy hoạt động học tập tích cực, tự chủ, sáng tạo của HS.

4. Kết quả của TNSP cho phép khẳng định tính khả thi của các DAHT cũng như quy trình tổ chức DHTDA được đề xuất, đồng thời khẳng định hiệu quả của DHTDA trong việc rèn luyện, nâng cao năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS.

5. Qua các kết quả đã đạt được, chúng tôi có thể kết luận việc tổ chức DHTDA một số chủ đề TRR cho HS chuyên Toán THPT là phù hợp vì DHTDA góp phần nâng cao hiệu quả dạy học Toán cho HS chuyên Toán, giúp cho HS khám phá được những tri thức từ cơ bản đến nâng cao của TRR và HS hiểu được ý nghĩa thực tiễn của những tri thức đó. DHTDA một số chủ đề TRR theo quy trình đã thiết kế sẽ nâng cao năng lực hợp tác và năng lực tự học của HS chuyên Toán, góp phần

thực hiện được yêu cầu đổi mới PPDH môn Toán ở trường THPT Chuyên nói riêng và yêu cầu đổi mới giáo dục nói chung trong giai đoạn tới. Luận án có thể là một tài liệu tham khảo hữu ích cho các nhà nghiên cứu giáo dục toán học, các giáo viên dạy chuyên toán và những người quan tâm.

**2. Khuyến nghị**

Để việc vận dụng DHTDA cho HS chuyên Toán nói riêng, HS ở các trường nói chung đạt hiệu quả, chúng tôi xin khuyến nghị:

- Nhà trường cần khuyến khích và tạo điều kiện để HS thực hiện học tập theo dự án ở các môn học, hỗ trợ cơ sở vật chất trong điều kiện cho phép khi các em thực hiện DAHT.

- GV và HS cần được bồi dưỡng, nâng cao khả năng sử dụng công nghệ thông tin, kĩ năng làm việc nhóm để vận dụng trong quá trình thực hiện DAHT nói riêng, trong quá trình giảng dạy, học tập nói chung.

- Trong quá trình thiết kế, tổ chức, đánh giá sản phẩm của DAHT có thể cần sự tham gia của nhiều GV, Ban giám hiệu cần có kế hoạch để đảm bảo sự tham gia tốt nhất từ các GV trong trường.

*Với các GV:*

- DHTDA là một phương pháp dạy học hiệu quả giúp HS phát triển năng lực; cần thiết kế các DAHT vừa sức, gắn liền với việc ứng dụng kiến thức vào thực tiễn và khuyến khích sự tự học của HS.

- Chuẩn bị cơ sở vật chất và xây dựng môi trường để HS có thể hợp tác trong quá trình thực hiện các DAHT. Cần tạo điều kiện tốt nhất để HS tiếp thu, bày tỏ suy nghĩ trong quá trình tự học, tự nghiên cứu. Sẵn sàng hỗ trợ HS khi các em có nhu cầu hay gặp khó khăn.

- Có biện pháp đánh giá và đánh giá thường xuyên để luôn nắm được tình hình thực hiện dự án của các nhóm trong suốt quá trình học tập.

- Cần chủ động tìm hiểu, thiết kế thêm những DAHT hiệu quả cho HS, giúp các em có thêm điều kiện hợp tác không chỉ trong học tập mà cả trong cuộc sống.

# CÁC CÔNG TRÌNH CỦA TÁC GIẢ

(LIÊN QUAN ĐẾN ĐỀ TÀI LUẬN ÁN)


1) **Trần Thị Hà Phương**, *Tổ chức dạy học dự án khái niệm khoảng cách và ứng dụng trong hình học Taxicab*, Tạp chí Khoa học Giáo dục (Viện KHGD Việt Nam), số đặc biệt tháng 4/2015.

2) **Trần Thị Hà Phương**, *Tổ chức dạy học dự án nhằm phát huy năng lực tự học và giải quyết vấn đề thông qua tương tự hóa giữa hình học Euclide và hình học Taxicab*, Tạp chí Khoa học Giáo dục (Viện KHGD Việt Nam), số đặc biệt tháng 1/2016.

3) **Trần Thị Hà Phương**, *Tổ chức dạy học, bồi dưỡng HS giỏi thông qua dự án học tập bài "Một số PP đếm nâng cao" (Đại số 11),* Tạp chí Giáo dục số 396 (Kì 2 -12/2016).

4) **Trần Thị Hà Phương**, *Tổ chức dạy học nội dung tổ hợp và LTĐT nhằm rèn luyện một số hoạt động trí tuệ cho HS ở trường THPT Chuyên,* Tạp chí Giáo dục số 403 (Kì 1 - 4/2017).

5) **Chu Cam Tho, Tran Thi Ha Phuong**, *Didactic Reform: Organising Learning Projects on Distance and Applications in Taxicab Geometry for Students Specialising in Mathematics,* VNU Journal of Science: Education Research, Vol. 33, No.4 (2017) 45-53.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO


1. Nguyễn Thị Ngọc Ánh (2015), *Dạy học một số nguyên lí của Toán rời rạc trong chương trình bồi dưỡng HS khá và giỏi ở trường THPT*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.
2. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2015), Đề án đổi mới chương trình, sách giáo khoa giáo dục phổ thông, ban hành kèm theo Quyết định 404/QĐ-TTg năm 2015 của Thủ tướng Chính phủ.
3. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2010), Dự án Việt Bỉ, *Dạy và học tích cực: Một số phương pháp và kĩ thuật dạy học*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
4. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2012), *Thông tư ban hành quy chế tổ chức và hoạt động của trường trung học phổ thông chuyên*.
5. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2013), *Tài liệu tập huấn giáo viên chủ nhiệm với công tác tư vấn tâm lí, giáo dục cho học sinh Trung học*, Chương trình phát triển giáo dục Trung học.
6. Phạm Hồng Bắc, *Vận dụng phương pháp dạy học theo dự án trong dạy học phần hóa phi kim chương trình Hóa học THPT,* Luận án Tiến sĩ, Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.
7. Trịnh Văn Biều (2011), "Dạy học dự án- từ lí luận đến thực tiễn", *Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm thành phố Hồ Chí Minh*, (28), tr. 3-12.
8. Lê Hải Châu (1992), *Thi vô địch Toán quốc tế*, NXB Thành phố Hồ Chí Minh.
9. Nguyễn Văn Cường - Bernd Meier (2010), "Một số vấn đề chung về đổi mới phương pháp dạy học ở trường trung học phổ thông", Dự án phát triển giáo dục THPT (LOAN No 179-VIE).
10. Vũ Quốc Chung, Lê Hải Yến (2003), *Để tự học hiệu quả*, NXB Đại học sư phạm, Hà Nội.
11. Nguyễn Văn Cường, Nguyễn Thị Diệu Thảo (2004), "Dạy học theo dự án - Một phương pháp có chức năng kép trong đào tạo giáo viên", *Tạp chí Giáo dục*, 80, tr.15 - 17.
12. Trần Việt Cường (2014), "Tổ chức dạy học theo dự án trong dạy học môn Toán cho HS trung học phổ thông", *Tạp chí Giáo dục*, 325(1).

13. Trần Nam Dũng (2001), "Song ánh và các bài Toán Tổ hợp", *Tạp chí Toán học và tuổi trẻ*, số tháng 1/2001, tr. 6- 22.
14. Trần Nam Dũng (2011), "Song ánh và các bài Toán Tổ hợp", *Tạp chí Toán học và tuổi trẻ*, số tháng 2/2001, tr. 22-23.
15. Dự án phát triển giáo dục THPT: Đổi mới PPDH theo hướng phát huy tính tích cực nhận thức của HS THPT. Một số ví dụ cho các môn học. Tài liệu sản phẩm dự án của nhóm chuyên gia PPDH (2006)
16. Đoàn Văn Điều (2011), "Khảo sát đặc điểm tâm lí của HS giỏi Toán ở một số trường phổ thông trung học tại thành phố Hồ Chí Minh", Báo cáo tổng kết đề tài nghiên cứu Khoa học và công nghệ cấp cơ sở, trường Đại học Sư phạm thành phố Hồ Chí Minh.
17. Võ Văn Duyên Em, Nguyễn Thị Sửu (2009), "Đánh giá kết quả học tập của học sinh và nhóm học sinh trong dạy học hợp tác theo cấu trúc Jigsaw và vận dụng vào bài luyện tập chương Halogen Hóa học 10 nâng cao", *Tạp chí Khoa học*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội (4), tr. 37-45.
18. Vũ Đình Hòa (2004), *Một số kiến thức cơ sở về Graph hữu hạn,* NXB Giáo dục, Hà Nội.
19. Vũ Đình Hòa (2002)**,** *Lý thuyết tổ hợp và bài tập ứng dụng***,** NXB Giáo dục, Hà Nội.
20. Vũ Đình Hòa (2004), *Toán rời rạc,* NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
21. Phạm Văn Hoàn (chủ biên), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình (1981), *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
22. Nguyễn Văn Hộ (2002), *Lí luận dạy học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
23. Trần Thị Thu Huệ (2012), *Phát triển một số năng lực của học sinh THPT thông qua phương pháp và sử dụng thiết bị trong dạy học hóa học vô cơ*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
24. Nguyễn Bá Kim (2011), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
25. Nguyễn Bá Kim, Tôn Thân, Vương Dương Minh (1999), *Khuyến khích một số hoạt động trí tuệ của HS qua môn Toán*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
26. Nguyễn Văn Mậu (2008), *Chuyên đề chọn lọc tổ hợp và Toán rời rạc*, NXB Giáo dục.
27. Nguyễn Đức Nghĩa, Nguyễn Tô Thành (2004), Toán rời rạc, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

28. Piaget J.B, Tuyển tập Tâm lý học J.Piaget, Hà Nội, NXB Giáo dục, 2006.
29. Phạm Hồng Quang (2005), *Một số vấn đề về lí luận dạy học hiện đại, tài liệu dùng cho học viên Cao học*, Đại học Thái Nguyên.
30. *Quyết định phê duyệt Đề án phát triển hệ thống trường trung học phổ thông chuyên giai đoạn 2010-2020 (Số: 959/QĐ-TTg)* (2010), Hà Nội.
31. Đoàn Quỳnh, Nguyễn Huy Đoan, Nguyễn Xuân Liêm, Nguyễn Khắc Minh, Đặng Hùng Thắng (2007), *Đại số và Giải tích 11 nâng cao*, NXB Giáo dục.
32. Đoàn Quỳnh (chủ biên) (2010), *Tài liệu chuyên toán Đại số 10*, NXB Giáo dục.
33. Đoàn Quỳnh (chủ biên) (2010), *Tài liệu chuyên toán Hình học 12*, NXB Giáo dục.
34. Nguyễn Thị Thanh (2012), *Dạy học theo hướng phát triển kĩ năng học tập hợp tác cho sinh viên đại học sư phạm*, Luận án tiến sĩ khoa học Giáo dục, Trường Đại học Thái Nguyên.
35. Nguyễn Thị Diệu Thảo (2008), *Dạy học theo dự án và và vận dụng trong đào tạo giáo viên môn Công nghệ phần kinh tế gia đình*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.
36. Trần Văn Thành (2013), *Tổ chức dạy học dự án về một số kiến thức Điện từ học- Vật lí 9 Trung học cơ sở,* Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.
37. Chu Cẩm Thơ (2015), *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông,* NXB Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.
38. Nguyễn Cảnh Toàn (chủ biên) (1997), *Quá trình dạy tự học*, NXB Giáo dục Hà Nội.
39. Nguyễn Cảnh Toàn (chủ biên) (2009), *Tự học như thế nào cho tốt*, NXB Thành phố Hồ Chí Minh.
40. Đỗ Hương Trà (2007), "Dạy học dự án và tiến trình thực hiện", *Tạp chí Giáo dục,* 157.
41. Trần Vui (chủ biên) (2006), *Một số xu hướng mới trong dạy học toán ở trường THPT*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
42. Vygosky L.S. (1997), *Tuyển tập Tâm lý học*, NXB ĐH Quốc Gia Hà Nội, Hà Nội.
43. Trần Thị Hoàng Yến (2012), *Vận dụng dạy học theo dự án trong môn xác suất và thống kê ở trường Đại học (chuyên ngành kinh tế và kĩ thuật),* Luận án Tiến sĩ, Viện Khoa học Giáo dục Việt nam.

**Tiếng Anh**

44. Achilles C. M., Hoover S.P. (1996), "Exploring problem-based learning (PBL) in grades 6-12", Paper presented at the *Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association, Tuscaloosa, AL. (ED 406)*.
45. Ada T., and Kocayusufoglu (2006), "On the iso-taxicab trigonometry", *Applied Sciences.8*, pp. 101 -111.
46. Barron, B., D. Schwartz, N. Vye, A. Moore, L. Petrosino, and J. Bransford. (1998), "Doing with understanding: Lessons from research on problem and project-based learning", *The Journal of the Learning Sciences 7*, no. 3, pp. 271-311.
47. B.F. Skinner (1953), *Science and Human behavior*, The Pree Press and colophon are trademarks of Simon and Shuster.
48. Brailly, Viallet-Thevenin (2014), "Exponential Random Graph Models for Social Networks:Theory , Methods and Applications", *Bulletin of Sociological Methodology*, Vol.123(1), pp.80-87.
49. Bransford, J.D., Brown, A.L. and Cocking, R.R. (1999), *How people learn: Brain, mind, exprience and school*, Washington, D.C., National Academy Press.
50. Bondy J. A. and U.S.R. Murty (1982), *Graph Theory with applications*, Elsevier Science Publishing Co.Inc, U.S.A.
51. Buckley and F. Harary (1990), *Distance in Graphs*, Addison-Wesley, Redwood City, CA.
52. Cole, K. (2000), Technology and Beyond: Teachers Learning through Project-Based Partnership. Retrived Date: February 15, 2004 from online resourse at http://www.eduref.org (ERIC Document Reproduction No.ED444573).
53. C.Vasudev (2007), *Combinatorics and Graph Theory*, New age International Publishers.
54. David Moursund (2003), *Project - Based learning using with ICT*, Eugene Oregon - Washington, DC.
55. Dewey, J. (1933), "How we think : A restatement of relation of reflective thinking to the educative process". *The later works of John Dewey (Vol. 8) Carbondale:* Southern Illinois University Press.
56. Douglass, H. R. (1926), *Modern methods in high school teaching*, Cambridge, MA: Houghton Mifflin.

57. Diehl W., Grobe T., Lopez H. & Cabral C. (1999), *Project-based learning: A strategy for teaching and learning,* Boston, MA: Center for Youth Development and Education, Corporation for Business, Work, and Learning.
58. Eugene F.Karause (1986), *Taxicab Geometry, an adventure in non-Euclidean Geometry* , Dover Publications, Inc. NewYork.
59. Finucane P.M., S.M. Johnson, and D.J. Prideaux, (1998), "Problem-based learning: Its rationale and efficacy", The Medical Journal of Australia 68:pp. 445-448.
60. Frey K. (2005), *Die Projektmethode*, Weinheim und Basel.
61. G. Polya and R.C. Read (1987), *Combinatorial Enumeration of Groups, Graphs, and Chemical Compounds*, Springer-Verlag, New York.
62. Harris J. (2002), "Activity design assessments: An uncharacteristic consensus", *Learning and Leading with Technology 27, no. 7,* pp. 42-50.
63. Jeffry L. Hirst , Michael J. Mossinghoff (2008), *Combinatorics and Graph Theory*, Springer Science and Business Media, LLC.
64. Jarvis P., J. Holford, and C. Griffin (1998), *The theory and practice of learning*, London Kogan Page press.
65. Katz L.G. and S.C. Chard (1999), *Engaging children's minds: The project approach*, 2nd ed.Stamford, CT: Ablex Publishing.
66. Kenney, M. J. (1996), Discrete Mathematics and Curriculum Reform, *Journal of Education*, *178*(2), 51 – 58.
67. Kilpatrick W.H. (1918), "The Project Method", *Teachers College*, (Record 19), pp.319 - 334.
68. Klahr D., Fay, A. L & Dunbar K. (1993), "Heuristics for scientific experimentation: A developmental study", *Cognitive Psychology*, 25, pp.111-146.
69. Knoll M. (1997), "The Project Method", *Its Vocational Education Origin and International Development, Journal of Industrial Teacher Education* (Volume 34, Number 3), pp.59 - 80.
70. Krajcik, Joseph (2016), "Exploring middle school students' use of inscriptions in project-based science classrooms", *Science Education*, Vol.90(5), pp.852-873.

71. Linda Jensen Sheffield (2009), "Sections excerpted from Developing Mathematically Promising Students", *National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia, Updated November 20, 2009*.
72. Liu M. and Y. Hsiao (2002), "Middle school students as multimedia designers: A project-based learning approach", *Journal of Interactive Learning Research 13*, no. 4,pp. 311-317.
73. McGrath D. (2002), "Getting started with project-based learning", *Learning and Leading with Technology 30*, no. 3, pp. 42-50.
74. Microsoft and the International Society for Technology in Education (2005), *Partners in Learning*, training materials offer ICT skills in teaching and learning, ISTE, HCMC.
75. National Research Council (1995), *Mathematical Challenges from Theoretical/Computational Chemistry*, National Academy Press, Washington, DC.
76. N. G. de Bruijn (1964), "Polya's theory of counting", *Applied Combinatorial Mathematics (E. F. Beckenbach,ed.), John Wiley & Sons*, New York, pp. 144-184.
77. René Schott (2012), *Operator Culculus on Graphs Theory and Application in Computer Science*, World Scientific Publishing Company Singapore.
78. Robert M. Capraro (2013), *STEM Project-Based Learning - An Integrated Science, Technology, Engineering and Mathematics* (STEM) *Approach*, Sense Publishers, Rotterdam, The Netherlands.
79. Robert A. Beeler (2015), *How to count*, Springer International Publishing.
80. Rotigel J. V. & Lupkowski-Shoplik A. (1999), "Using talent searches to identify and meet the educational needs of mathematically talented youngsters", School Science and Mathematics, 99, pp.330-337.
81. R. Wilson (2002), *Four Colors Suffice*, Princeton Univ. Press, Princeton.
82. Sheffield L. J. (1994), "The development of gifted and talented mathematics students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards" (Report No. RBDM 9404), Storrs: *National Research Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut.* (ERIC Document Reproduction Service No. ED388011).
83. Solomon G. (2003), "Project-based learning: A primer", *Technology and Learning 23*, no. 6:20-30.

84. Stavroula Kaldi, Diamanto Filippatou & Christos Govaris (2011), "Project-based learning in primary schools: effects on pupils' learning and attitudes, Routledge" *(Taylor and Francis Group),* ISSN: 0300-4279, Education 3-13, Vol. 39, No. 1, p35-47.
85. Tretten R. & Zachariou P. (1997), *Learning about project-based learning: Assessment of project-based learning in Tinkertech schools,* San Rafael, CA: The Autodesk Foundation.
86. Thomas J. W. & Mergendoller J. R. (2000), "Managing project-based learning: Principles from the field", Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans.
87. Vicki-Lynn Holmes and Yooyeun Hwang (2016), "Exploring the effects of project - based learning in secondary mathematics education", *The Journal of Educational research*, Taylor and Francis online, pp. 449-463.
88. Veenman S., B. Kenter and K. Post. (2000), "Cooperative learning in Dutch primary classrooms", *Educational Studies 26*, no. 3, pp. 281-302.
89. W. Gasarch (1998), "A survey of recursive combinatorics", Handbook of Recursive Mathematics, Vol. 2 (Y. Ershov, S. Goncharov, A. Nerode, and J. Remmel, eds.), Stud. Logic Found. Math., vol. 139, North-Holland, Amsterdam, pp. 1041-1176.
90. Yan Yan, Shenggui Zhang, Fang - Xiang Wu (2011), "Applications of graph theory in protein structure identification", *Proteome science*, Vol.9 Suppl1, pp.S17 [Peer Reviewed Journal].

**III. Webside tham khảo**

91. Trần Nam Dũng (2011), "Vai trò của các bài toán tổ hợp trong việc rèn luyện tư duy toán học và kĩ năng giải toán", website: dienantoanhoc.net/forum/index.php?
92. https://artofproblemsolving.com/articles/discrete-math
93. http://www.gso.gov.com.vn
94. http://dictionary.bachkhoatoanthu.gov.vn
95. http://www.edutopia.org/redwood-energy-conservation-video.
96. https://www.cesa2.org/STEM/Characteristics%20Of%20Mathematically%20 Proficient%20Students.pdf

97. *Project - Based Learningin the Middle and High School Mathematic Classroom*, http://www.glencoe.com/sec/teachingtoday/subject/project_based

98. http://www.ascd.org/publications/books/109051/chapters/Lesson-Plans-and-Unit-Plans@-The-Basis-for-Instruction.aspx
https://www.edutopia.org/blog/pbl-how-to-write-driving-questions-andrew-miller

# PHỤ LỤC

## PHỤ LỤC 1: PHIẾU XIN Ý KIẾN GIÁO VIÊN ĐÁNH GIÁ ĐẶC ĐIỂM CỦA HỌC SINH CHUYÊN TOÁN

Họ và tên GV được xin ý kiến:

Trường:

Tỉnh:

***Xin Thầy Cô cho biết đánh giá của mình về những đặc điểm sau của HS trong lớp chuyên Toán mà Thầy Cô đang dạy.***

***Học sinh chuyên Toán thường:***

**1.** *Tự giác, có ý thức cao trong thực hiện nhiệm vụ học tập đề ra.*

Đồng ý ☐ Bình thường ☐ Không đồng ý ☐

**2.** *Có khả năng thu thập thông tin một cách khoa học để giải quyết vấn đề.*

Đồng ý ☐ Bình thường ☐ Không đồng ý ☐

**3.** *Có lập luận logic và thường đưa ra các minh chứng cho lập luận của mình.*

Đồng ý ☐ Bình thường ☐ Không đồng ý ☐

**4.** *Thường lập được kế hoạch để giải quyết các vấn đề được giao trong một thời gian định trước*

Đồng ý ☐ Bình thường ☐ Không đồng ý ☐

**5.** *Trong hợp tác làm việc, các em thường phân chia được nhiệm vụ rõ ràng và luôn cố gắng hoàn thành các nhiệm vụ được giao.*

Đồng ý ☐ Bình thường ☐ Không đồng ý ☐

**6.** *Thường đánh giá chính xác kết quả làm việc của các thành viên khi hợp tác làm việc*

Đồng ý ☐ Bình thường ☐ Không đồng ý ☐

# PHỤ LỤC 2: **PHIẾU XIN Ý KIẾN GIÁO VIÊN VỀ DẠY HỌC NỘI DUNG TOÁN RỜI RẠC**

Họ và tên GV được xin ý kiến:

Trường:

Tỉnh:

**1**. *Theo Thầy (Cô) số tiết dành cho một số chủ đề Toán rời rạc là bao nhiêu?*

| STT | Mục tiêu | Số tiết |
|---|---|---|
| 1 | Mệnh đề, tập hợp, ánh xạ | |
| 2 | Các nguyên lí cơ bản của Toán học | |
| 3 | Đại số tổ hợp, lí thuyết xác suất, thống kê | |
| 4 | Hình học tổ hợp | |
| 5 | Lí thuyết đồ thị | |

**2.***Thầy (Cô) có đồng ý với những mục tiêu sau đây trong dạy nội dung TRR cho HS chuyên Toán*

| STT | Mục tiêu | Đồng ý | Bình thường | Không đồng ý |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Cung cấp một số nội dung kiến thức trong TRR, trang bị kiến thức cho HS giúp HS có thể đáp ứng được yêu cầu về tri thức trong xã hội hiện đại sau này. | | | |
| 2 | Giới thiệu một chủ đề Toán học có nhiều ứng dụng trong thực tiễn, góp phần hình thành, củng cố và phát triển cho HS tư duy tổ hợp nói riêng và tư duy logic nói chung. | | | |
| 3 | Giúp HS làm quen được với các PP suy luận toán học hiện đại từ đó phát triển được khả năng suy luận, rèn luyện sự mềm dẻo của tư duy, phát triển tư duy logic, tư duy sáng tạo, tư duy phản biện và khả năng mô hình hóa. | | | |
| 4 | Làm quen với ngành khoa học này như một nhánh của Toán học. | | | |
| 5 | Bổ sung vào chương trình dành cho HS chuyên Toán THPT những nội dung Toán học gắn với thực tiễn, kích thích sự quan tâm và tạo hứng thú cho HS, kích thích sự say mê nghiên cứu tri thức và những vận dụng thực tiễn của Toán học. | | | |

Những mục tiêu khác do Thầy (Cô) đề xuất

…….....

.....

.....

.....

**3.** *Thầy (Cô) có đồng ý với những ý kiến sau khi dạy học chủ đề Toán rời rạc hay không?*

| STT | Ý kiến | Đồng ý | Bình thường | Không đồng ý |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Nên dạy học để nâng cao hơn tính ứng dụng thực tiễn của Toán rời rạc. Không thể dạy chủ đề Toán rời rạc chỉ để phục vụ bồi dưỡng HS thi HS giỏi. | | | |
| 2 | Cần hạn chế một số nội dung lí thuyết khó trong trong Hình học tổ hợp và lí thuyết đồ thị cho một số HS nghiên cứu, để những HS còn lại có thời gian tập trung vào những nội dung có vận dụng thực tiễn | | | |
| 3 | HS nên sử dụng được công nghệ thông tin phục vụ vào nội dung Toán rời rạc | | | |
| 4 | Có thể đổi mới PPDH chủ đề Toán rời rạc, đáp ứng với yêu cầu đổi mới theo Đề án trường THPT Chuyên | | | |

Ý kiến khác của Thầy (Cô)

.....…….....

…….....

.....

.....

**4.** *Thầy (Cô) hiểu như thế nào về dạy học theo dự án?*

.....

.....

.....

.....

**5.** *Thầy (Cô) có hay thực hiện dạy học theo dự án trong dạy học một số chủ đề Toán rời rạc hay không?*

Thường xuyên ☐ Ít khi ☐ Chưa thực hiện ☐

**6.** *Xin Thầy (Cô) cho biết những nội dung nào của Toán rời rạc có thể thiết kế được thành các dự án học tập để thực hiện tổ chức dạy học theo dự án:*

| STT | Tên nội dung trong Toán rời rạc |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| ... | |

**7.** *Xin Thầy (Cô) cho ý kiến đánh giá về chủ đề Toán rời rạc*

| STT | Ý kiến | Đồng ý | Bình thường | Không đồng ý |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Toán rời rạc là một "*mảnh đất tốt*" để tổ chức dạy học theo dự án | | | |
| 2 | Có thể bổ sung thêm một số nội dung Toán rời rạc khác bên ngoài chương trình phù hợp với năng lực của HS nhằm đáp ứng mục tiêu đổi mới PPDH ở trường THPT Chuyên. | | | |

PHỤ LỤC 3: HS ĐÁNH GIÁ VỀ NĂNG LỰC HỢP TÁC, NĂNG LỰC TỰ HỌC

**PHIẾU ĐÁNH GIÁ BẢN THÂN SAU MỖI ĐỢT THỰC HIỆN DỰ ÁN HỌC TẬP**

*Họ và tên.....Nhóm.....Lớp .....*

*(Học sinh tự đánh giá các mức độ căn cứ vào các tiêu chí được đính kèm theo)*

A. ĐÁNH GIÁ CÁC MỨC CỦA NĂNG LỰC HỢP TÁC

| **Tiêu chí** | **Đánh giá của HS** | | | | **Xác nhận của GV** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sau đợt 1 | | Sau đợt 2 | | Đồng ý | Điều chỉnh |
| | HS | Nhóm | HS | Nhóm | | |
| **1.** Dự kiến công việc, xác định vai trò cá nhân và cách thức hợp tác trong nhóm | | | | | | |
| **2.** Biết xác định công việc cụ thể theo trình tự thời gian; phân chia nhiệm vụ phù hợp | | | | | | |
| **3.** Tinh thần xây dựng và giải quyết mâu thuẫn trong nhóm | | | | | | |
| **4.** Khả năng trình bày ý kiến cá nhân trong nhóm | | | | | | |
| **5.** Biết lắng nghe và phản hồi trong khi thảo luận nhóm | | | | | | |
| **6.** Biết tự đánh giá kết quả của bản thân và đánh giá thành viên trong nhóm, nhóm khác | | | | | | |

B. ĐÁNH GIÁ CÁC MỨC CỦA NĂNG LỰC TỰ HỌC

| **Tiêu chí** | **Đánh giá của HS** | | | | **Xác nhận của GV** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sau đợt 1 | | Sau đợt 2 | | Đồng ý | Điều chỉnh |
| | HS | Nhóm | HS | Nhóm | | |
| **1.** Xác định mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được | | | | | | |
| **2.** Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ | | | | | | |
| **3.** Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể theo thời gian | | | | | | |
| **4.** Biết phát hiện vấn đề, khả năng huy động và vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề đặt ra | | | | | | |
| **5.** Trình bày vấn đề khi thảo luận nhóm, khả năng đưa ý tưởng, PP mới | | | | | | |
| **6.** Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và hiệu quả | | | | | | |
| **7.** Biết viết báo cáo và thuyết trình | | | | | | |
| **8.** Biết lắng nghe, góp ý cho thành viên khác, tiếp thu nhận xét, điều chỉnh hoạt động | | | | | | |
| **9.** Biết đánh giá và tự đánh giá, rút ra được bài học cho bản thân và thành viên khác | | | | | | |

**PHIẾU ĐÁNH GIÁ CỦA BẢN THÂN SAU MỖI ĐỢT**

**THỰC HIỆN DỰ ÁN HỌC TẬP**

*Họ và tên*...Lý Thị Kiều Diễm.....*Nhóm*...1.....*Lớp*Toán K26 CBG

*(HS tự đánh giá các mức độ căn cứ vào các tiêu chí kèm theo)*

A. ĐÁNH GIÁ CÁC MỨC CỦA NĂNG LỰC HỢP TÁC

| Tiêu chí | Đánh giá của HS | | | | Xác nhận của GV | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sau đợt 1 | | Sau đợt 2 | | Đồng ý | Điều chỉnh |
| | HS | Nhóm | HS | Nhóm | | |
| **1.** Dự kiến công việc, xác định vai trò cá nhân và cách thức hợp tác trong nhóm | 3 | 3 | 3 | 3 | ✓ | |
| **2.** Biết xác định công việc cụ thể theo trình tự thời gian; phân chia, nhận nhiệm vụ phù hợp | 3 | 3 | 3 | 3 | ✓ | |
| **3.** Tinh thần xây dựng và giải quyết mâu thuẫn trong nhóm | 2 | 2 | 2 | 2 | ✓ | |
| **4.** Khả năng trình bày ý kiến cá nhân trong nhóm | 2 | 2 | 2 | 2 | | Lên mức 3 |
| **5.** Biết lắng nghe và phản hồi trong khi thảo luận nhóm | 3 | 3 | 3 | 3 | ✓ | |
| **6.** Biết tự đánh giá kết quả của bản thân và đánh giá các TV trong nhóm, nhóm khác | 2 | 2 | 3 | 3 | ✓ | |

B. ĐÁNH GIÁ CÁC MỨC CỦA NĂNG LỰC TỰ HỌC

| Tiêu chí | Đánh giá của HS | | | | Xác nhận của GV | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sau đợt 1 | | Sau đợt 2 | | Đồng ý | Điều chỉnh |
| | HS | Nhóm | HS | Nhóm | | |
| **1.** Xác định mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được | 2 | 2 | 3 | 3 | ✓ | |
| **2.** Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ | 2 | 2 | 3 | 3 | ✓ | |
| **3.** Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể theo thời gian | 3 | 3 | 3 | 3 | ✓ | |
| **4.** Biết phát hiện vấn đề, khả năng huy động và vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề đặt ra | 3 | 3 | 3 | 3 | ✓ | |
| **5.** Trình bày vấn đề khi thảo luận nhóm, khả năng đưa ý tưởng, PP mới | 3 | 3 | 3 | 3 | ✓ | |
| **6.** Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và hiệu quả | 2 | 2 | 3 | 3 | ✓ | |
| **7.** Biết viết báo cáo và thuyết trình | 2 | 2 | 3 | 3 | ✓ | |
| **8.** Biết lắng nghe, góp ý cho TV khác, đồng thời tiếp thu nhận xét, điều chỉnh hoạt động | 2 | 2 | 2 | 2 | ✓ | |
| **9.** Biết đánh giá và tự đánh giá, rút ra được bài học cho bản thân và TV khác | 2 | 2 | 3 | 3 | ✓ | |

*Hình P.1. Phiếu HS tự đánh giá sau TNSP*

PHỤ LỤC 4:

## BẢNG ĐÁNH GIÁ QUÁ TRÌNH THỰC HIỆN DỰ ÁN CỦA NHÓM

*Bảng P1. Bảng đánh giá lập mục tiêu dự án của nhóm (Điểm tối đa: 10 điểm)*

*Nhóm thực hiện.....*

| **Điểm** | **Tiêu chí** |
|---|---|
| Tốt (9-10) | Nhóm xác định mục tiêu rõ ràng, bám sát để giải quyết được nhiệm vụ của DAHT, gắn liền với chủ đề TRR. |
| Khá (7-8) | Đã xác định được mục tiêu nhưng mục tiêu đặt ra chưa giải quyết được đầy đủ nhiệm vụ của DAHT. |
| Trung bình (5-6) | Mục tiêu chưa rõ ràng, không đúng với nhiệm vụ của DAHT. |
| Yếu (0-4) | Chưa xác định được mục tiêu đúng với nhiệm vụ của DAHT. |
| *Điểm đạt được:* | |

*Bảng P.2. Bảng đánh giá lập kế hoạch thực hiện dự án của nhóm (Điểm tối đa: 10 điểm)*

*Nhóm thực hiện.....*

| **Điểm** | **Tiêu chí** |
|---|---|
| Tốt (9-10) | - Mô tả chi tiết các giai đoạn trong tiến trình của dự án cùng với việc kiểm tra tiến độ và tiêu chuẩn.<br>- Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin và phương tiện hỗ trợ.<br>- Phân công nhiệm vụ trong nhóm chi tiết, mọi thành viên đều nắm vững và hiểu rõ ràng những nhiệm vụ được giao.<br>- Dự án mô tả cụ thể các sản phẩm thành phần ở từng giai đoạn mà mỗi HS cần thực hiện để xây dựng sản phẩm chung. |
| Khá (7-8) | - Có phác thảo tổng quát bao gồm tất cả các giai đoạn và hoạt động của HS.<br>- Đã có kế hoạch sử dụng các kênh thu thập thông tin và phương tiện hỗ trợ.<br>- Các thành viên được phân công nhiệm vụ và biết nhiệm vụ được giao.<br>- Mô tả được sản phẩm sẽ đạt được. |
| Trung bình (5-6) | - Các công đoạn để thực hiện dự án còn chưa cụ thể.<br>- Chưa có kế hoạch rõ ràng về các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ.<br>- Phân công nhiệm vụ chưa cụ thể, có thành viên trong nhóm chưa nắm rõ công việc được giao.<br>- Chưa biết cụ thể sản phẩm cuối cùng phải đạt được. |

| Điểm | Tiêu chí |
|---|---|
| Yếu<br>(0-4) | - Không thiết lập được các công đoạn để thực hiện.<br>- Chưa định hình được sẽ thu thập thông tin qua các phương tiện nào.<br>- Phân công nhiệm vụ trong nhóm không rõ ràng, các thành viên chưa thống nhất công việc của mình.<br>- Chưa biết cụ thể sản phẩm cuối cùng đạt được phải như thế nào. |
| *Điểm đạt được:* | |

*Bảng P3. Bảng đánh giá thực hiện dự án theo kế hoạch (Điểm tối đa: 20 điểm)*

*Nhóm thực hiện.....*

| Điểm | Tiêu chí |
|---|---|
| Tốt<br>(17-20) | - Các thành viên tham gia đầy đủ và làm việc nghiêm túc, trách nhiệm.<br>- Các thành viên đều đưa được ra giải pháp hiệu quả, có tính xây dựng, có tác dụng thúc đẩy tiến trình của nhóm.<br>- Các thành viên tích cực và cung cấp thông tin phản hồi mang tính xây dựng<br>- Mọi thành viên tích cực đặt câu hỏi mang tính xây dựng, thúc đẩy các quyết định trong nhóm.<br>- Các ý kiến của mọi thành viên đều được tôn trọng lắng nghe, phân tích nghiêm túc và có phản hồi để thống nhất với quyết định của nhóm.<br>- Sổ theo dõi dự án được cập nhật thông tin đều đặn, có nhiều minh chứng, các thông tin trong sổ thể hiện đầy đủ quá trình và kết quả làm việc sau mỗi giai đoạn của dự án. |
| Khá<br>(13-16) | - Các thành viên tham gia tương đối đầy đủ và chăm chỉ trong các buổi thảo luận.<br>- Các thành viên đưa ra giải pháp có tính xây dựng.<br>- Các thành viên đều đưa ra sự phản hồi có tính xây dựng.<br>- Hầu hết thành viên đặt câu hỏi mang tính xây dựng, thúc đẩy các quyết định trong nhóm.<br>- Các ý kiến được lắng nghe và phân tích. Tuy nhiên có tranh luận nhóm, không giải quyết được buộc một cá nhân (nhóm trưởng) đưa ra quyết định.<br>- Các giai đoạn trong quá trình thực hiện dự án được cập nhật tương đối đầy đủ trong sổ theo dõi, các thông tin trong sổ thể hiện tương đối đầy đủ quá trình làm việc của HS. |

| | |
|---|---|
| Trung bình (8-12) | - Có thành viên tham gia nhưng không tập trung vào công việc của nhóm.<br>- Các thành viên đưa giải pháp nhưng chưa thúc đẩy tiến trình hoạt động nhóm<br>- Các thành viên đưa được ra sự phản hồi, tuy nhiên nhiều phản hồi chưa đóng góp vào nhiệm vụ chung của nhóm.<br>- Chưa có nhiều câu hỏi mang tính xây dựng, nhóm khó khăn đưa ra quyết định.<br>- Các thành viên trong nhóm không thể thống nhất và cần đến sự hỗ trợ của GV<br>- Sổ theo dõi dự án có cập nhật nhưng không rõ từng giai đoạn thực hiện dự án. Phản ánh được quá trình làm việc nhưng chưa thể hiện được kết quả cụ thể và sự tiến bộ của HS. |
| Yếu (0-7) | - Có thành viên tham gia không đầy đủ, không đóng góp vào công việc chung<br>- Các thành viên chưa đưa được ra giải pháp hoặc vấn đề đưa ra không có giá trị.<br>- Các thành viên không đưa được sự phản hồi.<br>- Không đưa ra các câu hỏi xây dựng, nhóm không thống nhất được các quyết định khi thảo luận.<br>- Các tranh luận không được thống nhất trên tinh thần xây dựng. Nhóm không đưa ra được ý kiến thống nhất.<br>- Sổ dự án không cập nhật thường xuyên, sơ sài, không phản ánh được quá trình làm việc của nhóm, không đưa ra được kết quả cụ thể sau mỗi giai đoạn. |
| *Điểm đạt được:* | |

*Bảng P4. Bảng đánh giá nội dung sản phẩm của DAHT (Điểm tối đa: 20 điểm)*

*GV đánh giá.....Nhóm thực hiện.....*

| Điểm | Tiêu chí |
|---|---|
| Tốt (17-20) | Sản phẩm đáp ứng tốt và đầy đủ với mục tiêu của của DAHT, các kiến thức TRR được sử dụng trong dự án được trình bày một cách hệ thống, hợp lí, có giải thích đầy đủ và được vận dụng hiệu quả vào các bài toán thực tiễn. |
| Khá (13-16) | Sản phẩm đáp tương đối đầy đủ với mục tiêu của của DAHT đề ra, có vận dụng được kiến thức TRR vào các bài toán thực tiễn. |
| Trung bình (8-12) | Sản phẩm chỉ giải quyết được một phần của mục tiêu DAHT đề ra, rất ít vận dụng TRR vào thực tiễn. |
| Yếu (0-7) | Sản phẩm không đúng với mục tiêu của DAHT. |
| *Điểm đạt được:* | |

*Bảng P5. Bảng đánh giá thuyết trình sản phẩm của nhóm (Điểm tối đa: 20 điểm)*

*GV đánh giá.....Nhóm thực hiện.....*

| Điểm | Tiêu chí |
|---|---|
| Tốt (17-20) | - Bố cục của bài thuyết trình logic, các luận điểm rõ ràng, có minh chứng.<br>- Thuyết trình sáng tạo, thu hút sự quan tâm của người nghe. Khi GV và các nhóm đặt câu hỏi thảo luận mọi thành viên đều có thể trả lời được.<br>- Trình chiếu đẹp, hợp lí với thuyết trình, có nhiều hình ảnh minh họa trong mỗi nội dung thuyết trình. |
| Khá (13-16) | - Bố cục của bài thuyết trình logic, tuy nhiên còn một số chi tiết chưa được giải thích cụ thể.<br>- Thuyết trình rõ ràng tuy nhiên chưa thu hút được toàn bộ sự chú ý của người nghe. Nhóm trả lời tương đối đầy đủ câu hỏi của GV và nhóm khác.<br>- Trình chiếu hợp lí với thuyết trình, có hình ảnh minh họa trong mỗi nội dung thuyết trình. |
| Trung bình (8-12) | - Bố cục bài thuyết trình không logic, ít chi tiết hỗ trợ, người nghe khó nắm được nội dung của sản phẩm.<br>- HS thuyết trình vấn đề thiếu hoặc không rõ ràng nên không tạo được nhiều sự chú ý của người nghe. Nhóm trả lời không đầy đủ và chưa thỏa đáng các câu hỏi của GV, nhóm khác.<br>- Thiết kế bản trình chiếu còn sơ sài, ít hình ảnh minh họa trong thuyết trình. |
| Yếu (0-7) | - Không có bố cục rõ ràng, giới thiệu sơ sài về nội dung trình bày nên người nghe rất ít chú ý hoặc không nắm được ý tưởng của người trình bày.<br>- Các thành viên trong nhóm không hỗ trợ được nhau khi thuyết trình và không trả lời được các câu hỏi của người nghe.<br>- Thiết kế bản trình chiếu sơ sài, hầu như không có hình ảnh minh họa cho các nội dung thuyết trình. |
| *Điểm đạt được:* | |

*Bảng P6. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K67-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR*

| **Tiêu chí** | **Mức độ** | **Kết quả đạt được** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **TNSP lần 1** | | **TNSP lần 2** | |
| | | **Số HS** | **%** | **Số HS** | **%** |
| **1.** Dự kiến công việc, xác định vai trò cá nhân và cách thức hợp tác trong nhóm *(kĩ năng tổ chức nhóm hợp tác)* | **1** | 6 | 17,1 | 3 | 8,6 |
| | **2** | 21 | 60 | 15 | 42,8 |
| | **3** | 8 | 22,9 | 17 | 48,6 |
| **2.** Biết xác định công việc cụ thể theo trình tự thời gian; phân chia, nhận nhiệm vụ phù hợp *(kĩ năng lập kế hoạch hợp tác)* | **1** | 4 | 11,4 | 2 | 5,7 |
| | **2** | 22 | 62,9 | 17 | 48,6 |
| | **3** | 9 | 25,7 | 16 | 45,7 |
| **3.** Tinh thần xây dựng và giải quyết mâu thuẫn trong nhóm *(kĩ năng tạo môi trường hợp tác)* | **1** | 7 | 20 | 4 | 11,4 |
| | **2** | 16 | 45,7 | 12 | 34,3 |
| | **3** | 12 | 34,3 | 19 | 54,3 |
| **4.** Khả năng trình bày ý kiến cá nhân trong nhóm *(kĩ năng diễn đạt ý kiến)* | **1** | 5 | 14,3 | 2 | 5,7 |
| | **2** | 20 | 57,1 | 15 | 42,9 |
| | **3** | 10 | 28,6 | 19 | 54,3 |
| **5.** Biết lắng nghe và phản hồi trong khi thảo luận nhóm *(kĩ năng lắng nghe và phản hồi)* | **1** | 2 | 5,7 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 18 | 51,4 | 12 | 34,3 |
| | **3** | 15 | 42,9 | 22 | 62,8 |
| **6.** Biết tự đánh giá kết quả của bản thân và đánh giá các thành viên trong nhóm, nhóm khác *(kĩ năng đánh giá và tự đánh giá)* | **1** | 5 | 14,3 | 2 | 5,7 |
| | **2** | 19 | 54,3 | 15 | 42,9 |
| | **3** | 11 | 31,4 | 18 | 51,4 |

*Bảng P7. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực hợp tác của lớp Toán K68-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR*

| **Tiêu chí** | **Mức độ** | **Kết quả đạt được** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **TNSP lần 1** | | **TNSP lần 2** | |
| | | **Số HS** | **%** | **Số HS** | **%** |
| **1.** Dự kiến công việc, xác định vai trò cá nhân và cách thức hợp tác trong nhóm *(kĩ năng tổ chức nhóm hợp tác)* | **1** | 7 | 20,6 | 4 | 11,8 |
| | **2** | 17 | 50 | 12 | 35,3 |
| | **3** | 10 | 29,4 | 18 | 52,9 |
| **2.** Biết xác định công việc cụ thể theo trình tự thời gian; phân chia, nhận nhiệm vụ phù hợp *(kĩ năng lập kế hoạch hợp tác)* | **1** | 9 | 26,4 | 4 | 11,8 |
| | **2** | 16 | 47,2 | 11 | 32,4 |
| | **3** | 9 | 26,4 | 19 | 55,8 |
| **3.** Tinh thần xây dựng và giải quyết mâu thuẫn trong nhóm *(kĩ năng tạo môi trường hợp tác)* | **1** | 5 | 14,7 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 15 | 47,1 | 11 | 32,4 |
| | **3** | 14 | 41,2 | 22 | 64,7 |
| **4.** Khả năng trình bày ý kiến cá nhân trong nhóm *(kĩ năng diễn đạt ý kiến)* | **1** | 3 | 8,9 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 19 | 55,9 | 12 | 35,3 |
| | **3** | 12 | 35,2 | 21 | 61,8 |
| **5.** Biết lắng nghe và phản hồi trong khi thảo luận nhóm *(kĩ năng lắng nghe và phản hồi)* | **1** | 1 | 2,9 | 0 | 0 |
| | **2** | 20 | 58,9 | 15 | 44,1 |
| | **3** | 13 | 38,2 | 190 | 55,9 |
| **6.** Biết tự đánh giá kết quả của bản thân và đánh giá các thành viên trong nhóm, nhóm khác *(kĩ năng đánh giá và tự đánh giá)* | **1** | 4 | 11,8 | 0 | 0 |
| | **2** | 18 | 52,9 | 14 | 41,1 |
| | **3** | 12 | 35,3 | 20 | 58,9 |

*Bảng P8. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K28-CTN trong DHTDA một số chủ đề TRR*

| Tiêu chí | Mức độ | Kết quả đạt được | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | TNSP lần 1 | | TNSP lần 2 | |
| | | Số HS | % | Số HS | % |
| **1.** Xác định mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được | **1** | 2 | 7,2 | 0 | 0 |
| | **2** | 13 | 46,4 | 9 | 32,1 |
| | **3** | 13 | 46,4 | 19 | 67,9 |
| **2.** Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ | **1** | 7 | 25 | 3 | 10,7 |
| | **2** | 15 | 53,6 | 12 | 42,9 |
| | **3** | 6 | 21,4 | 13 | 46,4 |
| **3.** Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể theo thời gian | **1** | 6 | 21,4 | 2 | 7,2 |
| | **2** | 15 | 53,6 | 12 | 42,8 |
| | **3** | 7 | 25 | 14 | 50 |
| **4.** Biết phát hiện vấn đề, khả năng huy động và vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề đặt ra | **1** | 5 | 17,9 | 2 | 7,2 |
| | **2** | 13 | 46,4 | 10 | 35,7 |
| | **3** | 10 | 37,5 | 16 | 57,1 |
| **5.** Trình bày vấn đề khi thảo luận nhóm, khả năng đưa ý tưởng, PP mới | **1** | 4 | 14,3 | 2 | 7,2 |
| | **2** | 17 | 60,7 | 14 | 50 |
| | **3** | 7 | 25 | 12 | 42,8 |
| **6.** Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và hiệu quả | **1** | 4 | 14,3 | 1 | 3,6 |
| | **2** | 15 | 53,6 | 12 | 42,9 |
| | **3** | 9 | 31,1 | 15 | 53,5 |
| **7.** Biết viết báo cáo và thuyết trình | **1** | 6 | 21,4 | 3 | 10,7 |
| | **2** | 13 | 46,4 | 10 | 35,7 |
| | **3** | 9 | 32,2 | 15 | 53,6 |
| **8.** Biết lắng nghe, góp ý cho thành viên khác, đồng thời tiếp thu nhận xét, điều chỉnh hoạt động | **1** | 1 | 3,6 | 0 | 0 |
| | **2** | 17 | 60,7 | 10 | 35,7 |
| | **3** | 10 | 35,7 | 18 | 64,3 |
| **9.** Biết đánh giá và tự đánh giá, rút ra được bài học cho bản thân và thành viên khác | **1** | 2 | 7,2 | 1 | 3,6 |
| | **2** | 16 | 57,1 | 12 | 42,9 |
| | **3** | 10 | 35,7 | 15 | 53,5 |

*Bảng P9. Kết quả đánh giá định lượng các tiêu chí về năng lực tự học của lớp Toán K67-CNH trong DHTDA một số chủ đề TRR*

| Tiêu chí | Mức độ | Kết quả đạt được | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | TNSP lần 1 | | TNSP lần 2 | |
| | | Số HS | % | Số HS | % |
| **1.** Xác định mục tiêu, nhiệm vụ và sản phẩm đạt được | **1** | 2 | 5,8 | 0 | 0 |
| | **2** | 17 | 48,6 | 12 | 34,3 |
| | **3** | 16 | 45,8 | 23 | 65,7 |
| **2.** Lên kế hoạch đầy đủ các kênh thu thập thông tin, phương tiện hỗ trợ | **1** | 6 | 17,1 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 20 | 57,1 | 15 | 42,9 |
| | **3** | 9 | 25,8 | 18 | 51,3 |
| **3.** Xây dựng kế hoạch hoàn thành nhiệm vụ cụ thể theo thời gian | **1** | 8 | 22,9 | 4 | 11,4 |
| | **2** | 18 | 51,4 | 15 | 42,9 |
| | **3** | 9 | 25,7 | 16 | 45,7 |
| **4.** Biết phát hiện vấn đề, khả năng huy động và vận dụng kiến thức để giải quyết vấn đề đặt ra | **1** | 8 | 22,8 | 3 | 8,6 |
| | **2** | 16 | 45,7 | 14 | 40 |
| | **3** | 11 | 31,5 | 18 | 51,4 |
| **5.** Trình bày vấn đề khi thảo luận nhóm, khả năng đưa ý tưởng, PP mới | **1** | 5 | 14,3 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 17 | 48,6 | 15 | 42,8 |
| | **3** | 13 | 37,1 | 18 | 51,4 |
| **6.** Sử dụng công nghệ thông tin thành thạo và hiệu quả | **1** | 4 | 11,4 | 1 | 2,9 |
| | **2** | 19 | 54,3 | 15 | 42,8 |
| | **3** | 12 | 34,3 | 19 | 54,3 |
| **7.** Biết viết báo cáo và thuyết trình | **1** | 5 | 14,3 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 16 | 45,7 | 12 | 34,2 |
| | **3** | 14 | 40 | 21 | 60 |
| **8.** Biết lắng nghe, góp ý cho thành viên khác, đồng thời tiếp thu nhận xét, điều chỉnh hoạt động | **1** | 1 | 2,9 | 0 | 0 |
| | **2** | 22 | 62,9 | 17 | 48,6 |
| | **3** | 12 | 34,2 | 18 | 51,4 |
| **9.** Biết đánh giá và tự đánh giá, rút ra được bài học cho bản thân và thành viên khác | **1** | 4 | 11,4 | 2 | 5,8 |
| | **2** | 16 | 45,7 | 13 | 37,1 |
| | **3** | 15 | 42,9 | 20 | 57,1 |

PHỤ LỤC 5: **PHIẾU BÀI TẬP**

(Đại diện các nhóm báo cáo trên lớp, mỗi nhóm 25 phút)

*Mỗi nhóm tìm hiểu các bài tập GV giao (tìm trên mạng và tài liệu tham khảo, có trích dẫn cụ thể), trả lời hai câu hỏi đặt ra kèm minh chứng. Tìm tất cả các thông tin liên quan đến bài toán, nêu những nội dung kiến thức sử dụng đã biết, kiến thức chưa biết và những vấn đề mà nhóm đã đưa ra thảo luận. Các nhóm cử đại diện báo cáo trên lớp với thời gian cho cả lớp là 2 tiết.*

*Nghiên cứu hệ thống bài tập trong phiếu, sau đó trả lời câu hỏi:*

*Câu hỏi 1:* Các PP đếm cơ bản mà các em được trang bị có là công cụ đủ mạnh để có thể giải quyết được nhiều bài toán đếm phức tạp có ứng dụng thực tiễn hay không? Trong quá trình tìm hiểu các bài toán em có thấy sử dụng đến những PP đếm khác hay không?

*Câu hỏi 2*: Trong các bài toán em tìm hiểu đã thấy đề cập đến tên của những PP đếm nâng cao nào? Vấn đề nào em đã thảo luận được? Vấn đề nào các em đã sưu tầm, thảo luận xung quanh bài toán nhưng chưa hiểu về cách giải quyết chúng?

***Bài tập***

**1**. Có 15 người (trong đó có ba bạn An, Bình, Cường) tham dự một bữa tiệc tối và mỗi người ngồi một ghế quanh một trong ba bàn tròn. Bàn thứ nhất có 7 chỗ ngồi, bàn thứ hai có 6 chỗ ngồi và bàn thứ ba có 5 chỗ (trên một bàn tròn thì hai cách xếp được gọi là như nhau nếu có một phép quay quanh tâm biến cách xếp này thành cách xếp kia). Để việc tiếp khách được chu đáo thì An, Bình, Cường sẽ chia ra mỗi người tiếp khách ở một bàn. Hỏi có bao nhiêu cách xếp thỏa mãn bài toán.

**2**. Mỗi người sử dụng mạng máy tính đều có mật khẩu. Giả sử mỗi mật khẩu gồm 6 kí tự, mỗi kí tự hoặc là một chữ số (trong 10 chữ số từ 0 đến 9) hoặc là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh) và mật khẩu phải có ít nhất là một chữ số. Nếu một người muốn dò mật khẩu của một người khác và giả sử mỗi mật khẩu thử mất 2 giây thì để dò hết tất cả số mật khẩu, anh ta có thể phải mất thời gian bao nhiêu năm?

**3**.Có bao nhiêu cách chia 50 quyển vở giống nhau cho 4 bạn sao cho bạn nào cũng nhận được ít nhất một quyển?

**4.** Có bao nhiêu cách kết hợp các đồng 1 xu, 2 xu và 5 xu thành 1 hào (1hào có 10 xu)?

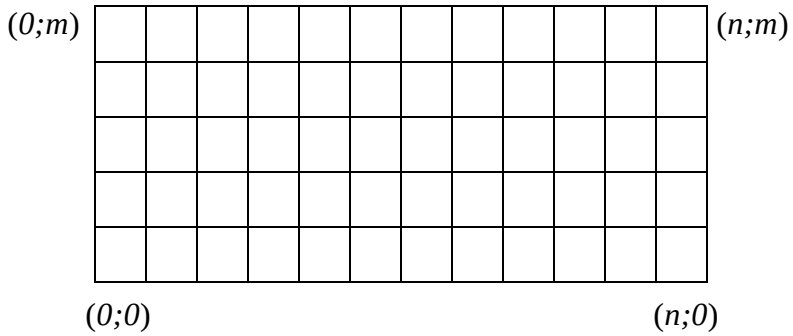
**5**. (*Họ nhà thỏ và số Fibonaci*). Một cặp thỏ (một con cái và một con đực) cứ sau mỗi tháng chúng sinh thêm được hai con thỏ con (cũng gồm một thỏ con đực và

một thỏ con cái). Một đôi thỏ con khi tròn hai tháng tuổi lại tiếp tục sinh ra một con đực và một con cái và quá trình sinh con cứ tiếp diễn như vậy. Hãy xây dựng công thức tính số cặp thỏ trên đảo sau $n$ tháng dưới dạng công thức truy hồi với giả sử các cặp thỏ vẫn sống đầy đủ sau $n$ tháng.

**6**. (*Bài toán xếp khách của Lucas*). Có $2n$ ghế xếp xung quanh một bàn tròn và có $n$ cặp vợ chồng ngồi vào đó. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho những người đàn ông ngồi xen kẽ các phụ nữ và không có hai cặp vợ chồng nào ngồi cạnh nhau?

**7**. (*Bài toán bàn cờ liên quan đến dãy Catalan*). Có bao nhiêu cách bước trên bàn cờ $n \times n$ từ ô phía dưới cùng bên trái đến ô trên cùng bên phải sao cho không bao giờ bước qua hẳn đường chéo chính, mỗi lần bước chỉ có thể lên trên hoặc sang phải một đơn vị, không lùi hoặc bước sang trái.

**8**. Cho một lưới gồm các ô vuông $m \times n$ và các nút được đánh số từ 0 đến $n$ theo chiều từ trái sang phải và từ 0 đến $m$ theo chiều từ dưới lên trên như hình vẽ. Nếu chỉ cho phép đi trên cạnh các ô vuông theo chiều lên trên hoặc hướng sang phải thì di chuyển từ nút *(0;0)* đến nút ($n;m$) sẽ có bao nhiêu đường đi khác nhau?




**9. (***Bài toán Tháp Hà Nội***)** Cho ba cái trục A, B, C (A gọi là trục nguồn, B là trục đích, và C là trục trung chuyển) và $n$ cái đĩa ban đầu được xếp vào trục A (những cái đĩa có lỗ ở giữa, có kích cỡ khác nhau để có thể lồng vào trục theo quy định "nhỏ trên lớn dưới"). Nếu lấy trục C làm trục trung chuyển thì làm thế nào để chuyển toàn bộ các đĩa từ trục A sang trục B, với điều kiện mỗi lần chỉ chuyển một đĩa luôn phải đáp ứng được điều kiện đĩa nhỏ ở trên, đĩa lớn hơn ở dưới?

**10**. (*Bài toán về 36 sĩ quan của Euler*) Người ta triệu tập từ 6 đơn vị quân đội mỗi đơn vị 6 sĩ quan thuộc 6 cấp bậc khác nhau. Hỏi rằng có thể xếp 36 sĩ quan này thành một đội ngũ hình vuông sao cho ở trong mỗi một hàng ngang cũng như mỗi một hàng dọc đều có đại diện của cả 6 đơn vị và của cả 6 cấp bậc được hay không?

PHỤ LỤC 6:

## TRÍCH MỘT SỐ BÀI TOÁN NỘI DUNG TỔ HỢP, BÀI TOÁN ĐẾM TRONG SẢN PHẨM CỦA HỌC SINH.

*(Tổng hợp trong các báo cáo của HS THPT Chuyên Bắc Giang, THPT Chuyên Nguyễn Huệ và THPT Chuyên Thái Nguyên và bài báo của HS Chuyên Bắc Giang đăng trong Kỉ yếu trại hè Hùng Vương)*

**Bài 1.** *Tập A là tập gồm các số N thoả mãn N có 2016 chữ số và chia hết cho 99, đồng thời các chữ số của N thuộc tập* $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. *Hỏi trung bình cộng của tất cả các số thuộc A là bao nhiêu?*

Hướng dẫn giải: Gọi các số thỏa mãn đề bài là N và M là tập các số đó

Ta xây dựng ánh xạ $f: M \to M$ như sau:

Nếu $N = \overline{a_1 a_2 ... a_{2016}}$ thì $f(N) = \overline{b_1 b_2 ... b_{2016}}$, với $b_i = 9 - a_i$

Do N + *f*(N) = 99...9 (2016 số 9) chia hết 99, nên *f* là song ánh.

Từ đó suy ra: $2\sum_{N\in M} N = \sum_{N\in M}\left(N + f(N)\right) = |M| \times \underbrace{999...9}_{2016} = |M|.\left(10^{2016} - 1\right)$

Cuối cùng ta nhận được các số N có trung bình cộng là $\overline{N} = \dfrac{\sum_{N\in M} N}{|M|} = \dfrac{\underbrace{99...9}_{2016}}{2} = \dfrac{10^{2016} - 1}{2}$.

*Nhận xét:* Đây là bài toán rất hay và thú vị với PP song ánh khi ta có thể xây dựng được f(A) lại chính là A.

**Bài 2.** *Cho một nhóm người có tính chất mỗi cặp quen nhau không có người quen chung còn mỗi cặp không quen nhau thì có đúng hai người quen chung. Chứng minh rằng mỗi người trong nhóm đều có số người quen bằng nhau.*

Hướng dẫn giải: Lấy hai người *a, b* tùy ý trong nhóm. Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: *a* quen *b*.

Gọi tập các người quen của *a* và *b* (không kể *a, b*) tương ứng là *A* và *B*. Xét phần tử *a'* thuộc *A*. Do *a'* không quen *b* nhau, hơn nữa *a* đã là một người quen chung của *a'* và *b* nên trong B sẽ có duy nhất một người quen *a'*. Khi đó mỗi người thuộc *A* sẽ quen với duy nhất một người thuộc *B*. Hoàn toàn tương tự, mỗi người thuộc *B* sẽ có một người quen duy nhất thuộc *A*. Như vậy sẽ có một song ánh đi từ *A* đến *B*, tức là số người quen của *a* và *b* là bằng nhau.

Trường hợp 2: *a* không quen *b*.

Theo giả thiết sẽ có một người *c* quen cả *a* và *b*. Khi đó theo lập luận bên trên thì *a* và *b* có số người quen của bằng nhau do có cùng số người quen của *c*.

**Bài 3.** *(VMO - 2002).* "Cho tập *S* gồm tất cả các số nguyên trong đoạn $[1;2014]$. Gọi *T* là tập hợp tất cả các tập con không rỗng của *S*. Với mỗi *X* thuộc *T*, kí hiệu *m*(*X*) là trung bình cộng các phần tử của *X*.

Tính $m = \dfrac{\sum m(X)}{|T|}$, trong đó tổng lấy theo tất cả các tập *X* thuộc *T* "

Hướng dẫn giải: Xây dựng ánh xạ $f:T\to T$ như sau:

$$f(X)=\{2015-x \mid x\in X\},\ \forall X\in T.$$

Ta chứng minh ánh xạ trên là song ánh. Rõ ràng có

$$m(X)+m(f(X))=2015.$$

Do đó

$$2\sum m(X)=\sum\big(m(X)+m(f(X))\big)=|T|.2015\Rightarrow m=\frac{\sum m(X)}{|T|}=\frac{2015}{2}.$$

**Bài 4** *(VMO - 2004). Cho* $m,n\in\mathbb{N}^*$, *tính* $T=\sum_{k=0}^{m}\frac{C_{n+k}^k}{2^{n+k}}+\sum_{k=0}^{n}\frac{C_{m+k}^k}{2^{m+k}}$.

Hướng dẫn giải: Ta chứng minh tổng cần tính bằng 2, tức là:

$$\sum_{k=0}^{m}C_{n+k}^k2^{m-k}+\sum_{k=0}^{n}C_{m+k}^k2^{n-k}=2^{m+n+1}$$

Tập $S=\{1,2,3,...,m+n+1\}$ có $C_{n+k}^k2^{m-k}$ tập con dạng $\{a_1,a_2,...,a_{n+i}\}$ $(1<i<m+1)$ trong đó $a_1<a_2<...<a_{n+i}$; $a_{n+1}=n+k+1$ với $0<k<m$.

(Do có $C_{n+k}^n$ cách chọn *n* phần tử $\{a_1,a_2,...,a_n\}$ từ tập $\{1,2,...,n+k\}$; $2^{m-k}$ cách chọn tập con của tập $\{n+k+1,...,n+m+1\}$ và 1 cách chọn $a_{n+1}=n+k+1$ và )

Như vậy $\sum_{k=0}^{m}C_{n+k}^k2^{m-k}$ là số tập con của S có nhiều hơn *n* phần tử.

Tương tự $\sum_{k=0}^{n}C_{m+k}^k2^{n-k}$ là số tập con của S có nhiều hơn *m* phần tử, cũng tức là số tập con của S có không quá *n* phần tử.

Vậy $\sum_{k=0}^{m}C_{n+k}^k2^{m-k}+\sum_{k=0}^{n}C_{m+k}^k2^{n-k}$ là số tất cả các tập con của S, tức là $2^{m+n+1}$.

Do đó $\sum_{k=0}^{m}C_{n+k}^k2^{m-k}+\sum_{k=0}^{n}C_{m+k}^k2^{n-k}=2^{m+n+1}$

Nhận xét : Đến bài toán này là bài toán thi quốc gia VMO nên rất hay và khó sự kết hợp giữa đếm và PP song ánh tạo nên sự thú vị cho bài toán này.

**Bài 5.** Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2014 chữ số và chia hết cho 3 mà các chữ số của nó chỉ thuộc tập 1, 3, 5, 9 .

Hướng dẫn giải: Đặt $X=\{1,3,5,9\}$.

Đặt $A_n, B_n, C_n$ lần lượt là tập hợp tất cả các số tự nhiên có *n* chữ số thuộc *X* và chia hết cho 3, chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2. Đặt $a_n=|A_n|, b_n=|B_n|, c_n=|C_n|$.

Dễ thấy rằng $a_1=2, b_1=1, c_1=1.$

Mỗi số tự nhiên chia hết cho 3 và có $n+1$ chữ số $\overline{s_1s_2...s_ns_{n+1}}$ ($s_i\in X$) chỉ có ba cách tạo như sau: + Nếu $\overline{s_1s_2...s_n}\in A_n$ thì $s_{n+1}=3$ hoặc $s_{n+1}=9$. Trường hợp này có $2a_n$ khả năng.

+ Nếu $\overline{s_1s_2...s_n}\in B_n$ thì $s_{n+1}=5$. Trương hợp này có $b_n$ khả năng.

+ Nếu $\overline{s_1s_2...s_n}\in C_n$ thì $s_{n+1}=1$. Trương hợp này có $c_n$ khả năng.

Từ đó ta suy ra hệ thức $a_{n+1}=2a_n+b_n+c_n$ (1).

Số các số có $n$ chữ số mà mỗi chữ số đều thuộc $X$ là $4^n$, nên ta có $a_n + b_n + c_n = 4^n \quad (2)$.
Từ (1) và (2) suy ra

$$a_{n+1} = a_n + 4^n,$$

Kết hợp với $a_1 = 2$ ta suy ra $a_{n+1} = \dfrac{4^{n+1}+2}{3}$.

Vậy $a_{2014} = \dfrac{4^{2014}+2}{3}$ là số số thỏa mãn đề bài.

**Bài 6**. Một hàng gồm $n$ người đứng trước một máy thu tiền. Sau đó máy thu tiền bị đóng lại vi lí do kĩ thuật và $n$ người đó được bố trí lại sang một hàng khác. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng mà mỗi người trong hàng hoặc đứng nguyên vị trí ban đầu, hoặc đứng ở vị trí liền trước hoặc liền sau.

Hướng dẫn giải: Bài toán phát biểu lại thành: tìm số hoán vị $f$ của tập hợp $\{1,2,...,n\}$ thỏa mãn tính chất $k-1 \le f(k) \le k+1$, với $1 \le k \le n$.

Gọi $a_n$ là số các hoán vị $f$ thỏa mãn tính chất trên.

Từ trên suy ra $f(n) \in \{n-1, n\}$.

Với $n \ge 3$ ta có:

+ Nếu $f(n) = n-1$ thì $f(n-1) = n$. Các số 1, 2, …, n - 2 có $a_{n-2}$ hoán vị thỏa mãn tính chất trên.

+ Nếu $f(n) = n$ thì các số 1, 2, …, n - 1 có $a_{n-1}$ hoán vị thỏa mãn tính chất trên.

Do đó ta có hệ thức $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$.

Chú ý rằng $a_1 = 1, a_2 = 2$ ta tìm được $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} + \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)$.

**Bài 7.** Có $n$ ($n > 1$) thí sinh được sắp xếp ngồi làm bài thi xung quanh một bàn tròn. Có đúng $m$ ($m > 1$) đề trong ngân hàng đề thi (mỗi đề có nhiều bản). Hỏi có bao nhiêu cách phát đề đảm bảo cho hai thí sinh bất kì ngồi cạnh nhau có đề khác nhau.

Hướng dẫn giải: Kí hiệu $P_n$ là số cách phát đề hợp lệ cho $n$ HS $a_1, a_2, ..., a_n$ ngồi theo vòng tròn.

Ta viết $a_i = a_j$ $(i \ne j)$ nếu $a_i$ và $a_j$ nhận cùng loại đề và $a_i \ne a_j$ trong trường hợp ngược lại.

Xét một cách phát đề hợp lệ cho $n + 1$ thí sinh $a_1, a_2, ..., a_{n+1}$.

+ Nếu $a_1 \ne a_n$ thì khi bỏ đi $a_{n+1}$ ta có một cách phát đề hợp lệ cho $n$ thí sinh $a_1, a_2, ..., a_n$, và có $m$ - 2 cách phát đề cho $a_{n+1}$.

+ Nếu $a_1 = a_n$ thì khi bỏ đi $a_{n+1}$ và $a_n$ ta có một cách phát đề hợp lệ cho $n$ - 1 thí sinh $a_1, a_2, ..., a_{n-1}$ và có $m$ - 1 cách phát đề cho $(a_n, a_{n+1})$ để hợp lệ với $a_1 = a_n$.

Do đó ta có $P_{n+1} = (m-2)P_n + (m-1)P_{n-1}$.

Mặt khác chứng minh được $P_2 = m(m-1)$, $P_3 = m(m-1)(m-2)$.

Ta chứng minh được $P_n = (m-1)^n + (m-1)(-1)^n$ nhờ phương pháp quy nạp toán học.

**Bài 8.** Có 42 HS tham gia một buổi giao lưu. Biết rằng cứ 3 HS bất kỳ, đều có ít nhất một cặp đôi gồm hai HS có gặp nhau để trao đổi học tập. Kí hiệu $k$ là số cặp đôi như thế. Tìm

giá trị nhỏ nhất của *k*.

Gợi ý: Ta sẽ giải bài toán tổng quát: Cho số nguyên dương $m > 1$. Có 2*m* HS tham gia một buổi giao lưu. Biết rằng cứ 3 HS bất kỳ đều có ít nhất một cặp đôi gồm hai HS có gặp nhau nhau. Kí hiệu *k* là số cặp đôi như thế. Tìm giá trị nhỏ nhất của *k*.

Với mỗi số tự nhiên *m* > 1, rõ ràng tồn tại giá trị nhỏ nhất của *k*, ta kí hiệu giá trị này bởi $k(m)$. Ta thấy $k(2) = 2$.

Giả sử m > 2.

Khi đó tồn tại ít nhất hai HS (ký hiệu là *A* và *B*) không gặp nhau, loại *A* và *B* ra khỏi buổi giao lưu này ta có một buổi giao lưu gồm $2(m-1)$ HS mà cứ ba HS bất kỳ, đều có ít nhất một cặp đôi gồm hai HS có trao đổi học tập với nhau. Số cặp đôi gồm hai HS có trao đổi kinh nghiệm học tập với nhau trong buổi liên hoan mới sẽ không ít hơn $k(m-1)$, mà mỗi HS trong buổi liên hoan mới sẽ trao đổi kinh nghiệm học tập với *A* hoặc *B* (vì *A* và *B* không trao đổi học tập với nhau), suy ra $k(m) \geq k(m-1) + 2(m-1)$. Do đó $k(m) \geq m(m-1),\ \forall m > 1 \quad (1)$.

Với mỗi số nguyên dương *m* > 1, ta xét một buổi giao lưu gồm 2*m* HS như sau:

Các HS trong buổi giao lưu thuộc một trong hai nhóm (gọi là *X* và *Y*). Nhóm *X*, *Y* đều gồm *m* HS có trao đổi học tập với nhau từng đôi một và mỗi HS của nhóm này không trao đổi học tập với bất kỳ HS nào của nhóm kia.

Rõ ràng trong buổi giao lưu này, cứ 3 HS bất kỳ, đều có ít nhất một cặp đôi có trao đổi học tập, và số cặp đôi trao đổi học tập với nhau bằng $m(m-1)$.

Suy ra $k(m) \leq m(m-1),\ \forall m > 1 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $k(m) = m(m-1),\ \forall m > 1$.

Trở lại bài toán ban đầu ta có giá trị bé nhất của *k* là $k(21) = 420$.

**Bài 9.** *Tìm số tập con của tập* $\{1, 2, ..., n\}$ *sao cho mỗi tập con đều có chứa ít nhất hai phần tử là hai số nguyên liên tiếp.*

Hướng dẫn giải: Gọi $S_n$ là tập hợp các tập con không rỗng của tập $\{1, 2, ..., n\}$ mà trong mỗi tập con không có hai phần tử nào là hai số nguyên liên tiếp. Chia các phần tử của $S_n$ thành hai nhóm:

Nhóm không chứa phần tử *n*: Số các tập con như vậy là $|S_{n-1}|$.

Nhóm chứa phần tử *n* có số tập là $|S_{n-2}| + 1$.

Như vây ta có đẳng thức $|S_n| = |S_{n-1}| + |S_{n-2}| + 1$.

Với chú ý $|S_2| = 2, |S_3| = 4$, ta có $|S_n| = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+2} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+2}\right] - 1$.

Mặt khác, số tập con không rỗng của tập $\{1, 2, ..., n\}$ là $2^n - 1$. Vậy số tập con mà trong mỗi tập con không có hai phần tử nào là hai số nguyên liên tiếp là:

$$2^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+2} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+2}\right].$$

**Bài 10.** *Trên một bàn cờ quốc tế người ta gạch đi một đường chéo chính. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp 8 con xe lên bàn cờ đó sao cho không có con nào có thể ăn được con nào?*

Hướng dẫn giải: Có 8! Cách xếp 8 con xe con xe lên bàn cờ quốc tế sao cho không có con nào ăn được con nào. Trong các cách xếp trên ta cần đếm số cách xếp mà trên đường chéo chính có ít nhất một con xe. Đây là trường hợp không hợp lệ và cần loại đi.

Gọi $A_i$ là tập hợp các cách xếp có quân xe nằm ở ô (i, i).

Ta cần tìm $(A_1 \cup ... \cup A_8)$.

Do $|A_i| = 7!$ ,$(A_i \cap A_j) = 6!$, ..., $(A_1 \cap ... \cap A_8) = 1$ nên

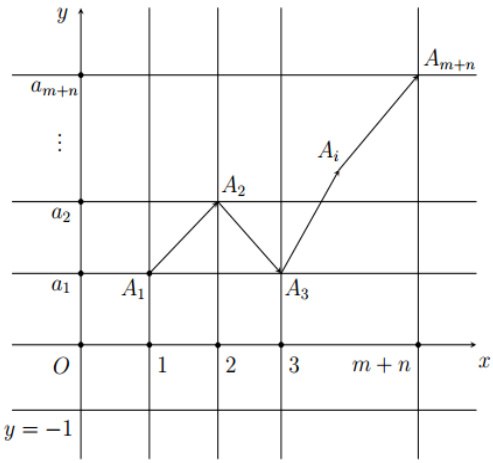
$$(A_1 \cup ... \cup A_8) = C_8^1 7! - C_8^2 6! + C_8^3 6! - ... - C_8^8 1! = 8! - \frac{8!}{2!} + \frac{8!}{3!} - ... - \frac{8!}{8!}.$$

Như vậy trên bàn cờ quốc tế đã bị gạch đi một đường chéo chính thì số cách xếp 8 con xe sao cho không có con nào ăn được con nào bằng

N(8) = 8! - (8! - 8!/2! + 8!/3! -...- 8!/8!) = 8!(1/2! - 1/3! + ...+ 1/8!)

*Nhận xét:* Đây là bài toán rất thú vị còn được gọi là "Bài toán xe, Đa thức xe".

**Bài 11.** *Có m+n người đang đứng xếp hàng ở quầy bán vé xem phim, trong đó n người có tiền 5000 và m người chỉ có tiền 10000. Nếu quầy vé không phải dùng tiền đã chuẩn bị từ trước để trả lại thì có bao nhiêu cách xếp m+n thỏa mãn.*




Hướng dẫn giải: Đặt $a_i = x_1 + x_2 + ... + a_i$ trong đó $x_j$ bằng 1 nếu người *j* mang tiền loại 5000 và bằng -1 nếu ngược lại

Bài toán quy về việc đếm số đường đi qua các điểm $A_i(i, a_i)$ mà không nằm dưới trục hoành trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Muốn vậy ta sẽ đếm số đường đi cắt đường thẳng (d): y = -1

Xây dựng một song ánh từ mỗi đường Q như vậy đến một đường Q' là đường nhận được từ Q khi cho đối xứng phần của Q kể từ điểm đầu tiên gặp (d). Nếu Q' có *x* đoạn hướng lên và *y* đoạn hướng xuống thì $x + y = m + n; y - x = n - m + 2$ *hay* $y = n + 1$

Vậy số đường Q' là $C_{m+n}^{n+1}$, kết quả là $C_{m+n}^{n} - C_{m+n}^{n+1}$.

**Bài 12.** *Xây dựng số hạng tổng quát của dãy số* $u_0 = 1, u_1 = 2, u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$ .

Hướng dẫn giải: Xét hàm sinh :

$$F(x) = u_0 + u_1 x + u_2 x^2 + ... + u_n x^n = u_0 + u_1 x + (u_0 + u_1) x^2 + ... + (u_{n-1} + u_{n-2}) x^n$$

$$= u_0 + u_1 x + (u_0 + u_1 x + ...) x^2 + (u_1 x + ...) x^3$$

$$= u_0 + u_1 x + x^2 F(x) + x(F(x) - f_0)$$

Do đó ta có $F(x) = \dfrac{(1+x)}{(1-x-x^2)}$.

$F(x)$ có thể khai triển thành chuỗi dạng $F(x) = \dfrac{(1+x)}{(1-ax)(1-bx)}$, trong đó *a, b* là nghiệm của phương trình $x^2 + x - 1 = 0$

Bằng cách đồng nhất hệ số, ta tìm được hai hằng số *M, N* sao cho:

$$F(x)=\frac{M}{(1-ax)}+\frac{N}{(1-bx)}$$

Từ đó, sử dụng công thức $\frac{1}{(1-x)}=1+x+x^2+...+x^n+...$ ta được:

$F(x)=M+N+(Ma+Nb)x+\cdots+(Ma^n+Nb^n)x^n+\cdots+...$ suy ra $u_n=Ma^n+Nb^n$

với *a, b* là hai nghiệm của phương trình $-x^2-x+1=0$ và *M, N* là các hằng số hoàn toàn xác định.

**Bài 13.** *Ta sẽ xác định số cách chia 10 quả bóng cho 4 đứa trẻ để mỗi đứa nhận ít nhất 2 quả bằng PP hàm sinh.*

Hướng dẫn giải: Giả thiết cho mỗi đứa nhận ít nhất 2 quả bóng nên ta có:

0 cách đứa trẻ nhận 0 quả
0 cách đứa trẻ nhận 1 quả
1 cách đứa trẻ nhận 2 quả
1 cách đứa trẻ nhận 3 quả

Vậy hàm sinh cho số cách chia là $x^2+x^3+x^4+...$

Áp dụng quy tắc xoắn ta suy ra hàm sinh cho số cách chia cho 4 đứa trẻ là : $F(x)=\left(x^2+x^3+x^4+...\right)^4=\sum C_{k+3}^k x^{k+8}$

$\Rightarrow$ Số cách chia 10 quả bóng là hệ số của $x^{10}$ và bằng $C_5^2=10$ cách

**Bài 14.** *Có 5 loại kẹo: kẹo sữa, kẹo socola, kẹo chanh, kẹo dâu và kẹo cà phê. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 12 cái kẹo từ 5 loại kẹo này?*

Hướng dẫn giải: Với mỗi loại kẹo, ta có :

1 cách chọn 0 cái ; 1 cách chọn 1 cái ; 1 cách chọn 2 cái

Vì vậy số cách chọn mỗi loại kẹo sẽ có hàm sinh là : $1+x+x^2+...=\frac{1}{1-x}$

Áp dụng quy tắc xoắn ta được hàm sinh cho số cách chọn 5 loại kẹo là :

$$\frac{1}{(1-x)^5}=1+C_5^1x+C_6^2x^2+...$$

Số cách chọn 12 các kẹo là hệ số của $x^{12}$ và là $C_{16}^{12}$.

**Bài 15.** *Một người muốn sắp xếp một giỏ quả gồm n trái cây bao gồm 4 loại táo, chuối, cam và đào. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:*

*i) Số chuối chia hết cho 5*
*ii) Có nhiều nhất 4 quả cam*
*iii) Có nhiều nhất 1 quả đào*
*iv) Số táo phải chẵn*

Hướng dẫn giải: Trước tiên ta xây dựng hàm sinh cho số cách chọn từng loại quả:

Ta có số cách chọn táo có hàm sinh của là: $A(x)=1+x^2+x^4+...=\frac{1}{1-x^2}$

Tương tự với chuối: $B(x)=1+x^5+x^{10}+...=\frac{1}{1-x^5}$

Đối với đào và cam có đôi chút khác biệt, ta có:

1 cách chọn 0 quả cam; 1 cách chọn 1 quả cam; 1 cách chọn 2 quả cam
1 cách chọn 3 quả cam; 1 cách chọn 4 quả cam; 0 cách chọn 5 quả cam

$\Rightarrow$ Hàm sinh là $C(x)=1+x+x^2+x^3+x^4=\dfrac{1-x^5}{1-x}$

Tương tự với đào: $D(x)=1+x=\dfrac{1-x^2}{1-x}$

Áp dụng quy tắc xoắn $\Rightarrow$ Hàm sinh cho số cách chọn 4 loại quả là:

$$A(x).B(x).C(x).D(x)=\frac{1}{1-x^2}\cdot\frac{1}{1-x^5}\cdot\frac{1-x^5}{1-x}\cdot\frac{1-x^2}{1-x}=\frac{1}{(1\text{-}x)^2}=1+2x+3x^2+4x^3$$

Kết hợp với định nghĩa của hàm sinh số cách chọn giỏ quả *n* trái cây đơn giản là *n+1* cách.

**Bài 16:** Có bao nhiêu cách chọn ra 15 USD từ 20 người biết rằng 19 người đầu không đưa hoặc chỉ đưa 1 USD, người thứ 20 có thể không đưa, hoặc đưa 1 USD, hoặc đưa 5 USD?

Hướng dẫn giải: Hàm sinh cho số cách chọn USD từ 19 người đầu (mỗi người 0 hoặc 1 USD) là $A(x)=(1+x)^{19}$

Hàm sinh cho số cách chọn 1 USD hoặc 5 USD hoặc không USD nào ở người thứ 20 là:

$$B(x)=1+x+x^5$$

Hàm sinh cho số cách chọn ra 15 USD là

$$G(x)=A(x)B(x)=(1+x)^{19}\left(1+x+x^5\right)$$

Chúng ta tìm hệ số của $x^{15}$ trong khai triển của *G(x).*

Ta có $(1+x)^{19}=\sum_{k=0}^{19}C_{19}^k x^{19-k}$

Đặt $a_r$ là hệ số của $x^r$ trong khai triển $A(x)$, $b_r$ là hệ số của $x^r$ trong khai triển $B(x)$ thành đa thức.

Khi đó ta có $a_r=C_{19}^r$, $b_0=b_1=b_5=1$.

Vậy hệ số của $x^{15}$ trong khai triển của *G(x)* là : $a_{15}b_0+a_{14}b_1+a_{13}b_2+...+a_0b_{15}$

Ta có $a_{15}b_0+a_{14}b_1+a_{10}b_5=C_{19}^{15}+C_{19}^{14}+C_{19}^{10}=107882.$

Vậy có 107882 cách chọn ra 15 USD thỏa mãn điều kiện đề bài.

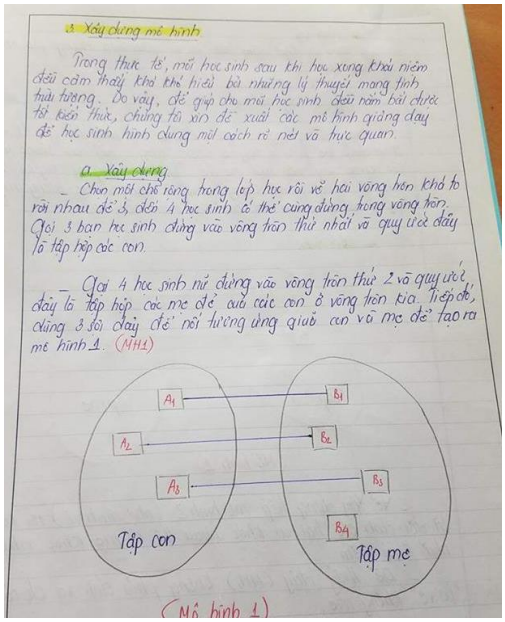
**Bài 17:** Huấn luyện viên bóng đã có *n* cầu thủ tập luyện hàng ngày. Đầu tiên huấn luyện viên chia các cầu thủ thành 2 nhóm và yêu cầu các cầu thủ mỗi nhóm xếp thành hàng. Nhóm thứ nhất có thể chọn áo da cam, áo trắng hoặc áo xanh, nhóm thứ hai có thể chọn áo đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện công việc chọn áo như thế?

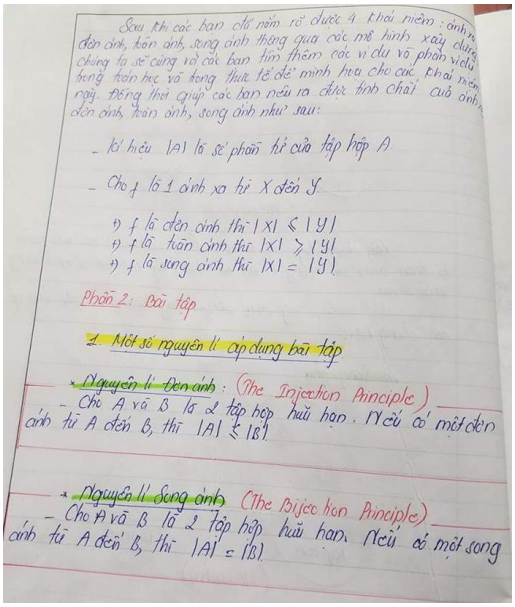
Hướng dẫn giải: Giả sử huấn luyện viên chọn k người từ nhóm thứ nhất. Đặt $a_k$ là số cách mà *k* người này chọn các áo màu da cam, trắng, xanh và nhóm xếp thẳng hàng nên có $a_k=3^k.k!$. Do đó hàm sinh lũy thừa cho $a_k$ là $A(x)=\sum_{k\geq 0}k!3^k\cdot\dfrac{x^k}{k!}=\dfrac{1}{1-3x}$

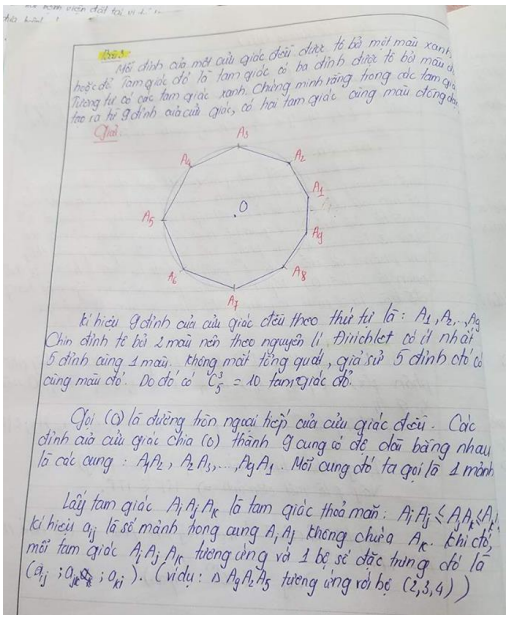
Tương tự đặt $b_m$ là số cách chọn *m* người theo nhóm thứ hai xếp thẳng hàng và chọn áo đỏ, ta có $b_m=m!$ . Hàm sinh cho dãy $b_m$ là $A(x)=\sum_{m\geq 0}m!\dfrac{x^m}{m!}=\dfrac{1}{1-x}$

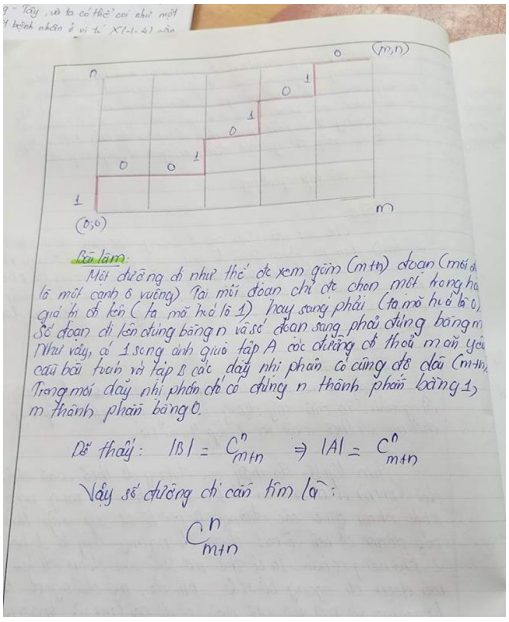
Do đó hàm sinh cho cả hai nhóm chọn áo là $G(x)=A(x).B(x)=\dfrac{1}{1-3x}\cdot\dfrac{1}{1-x}$

Khai triển $G(x)$ và tìm hệ số của $\frac{x^n}{n!}$, ta được đáp số là $\frac{n!\left(3^{n+1}-1\right)}{2}$.

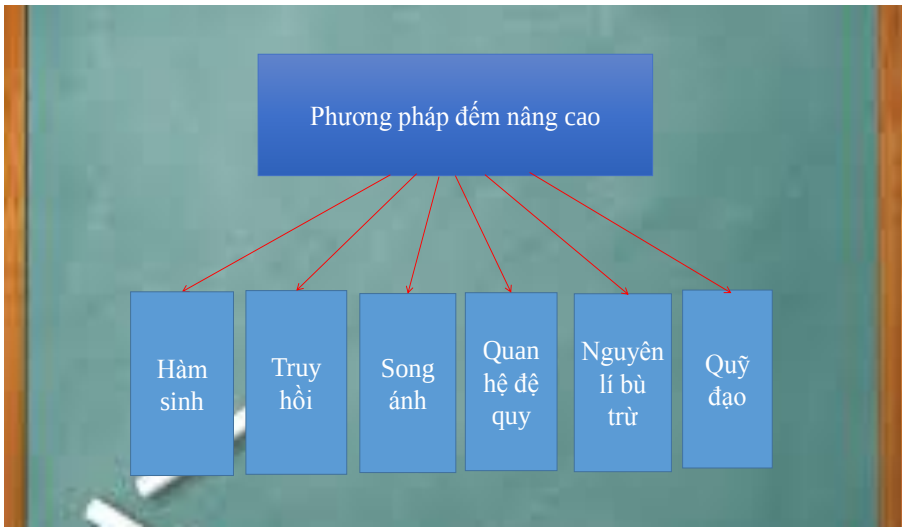


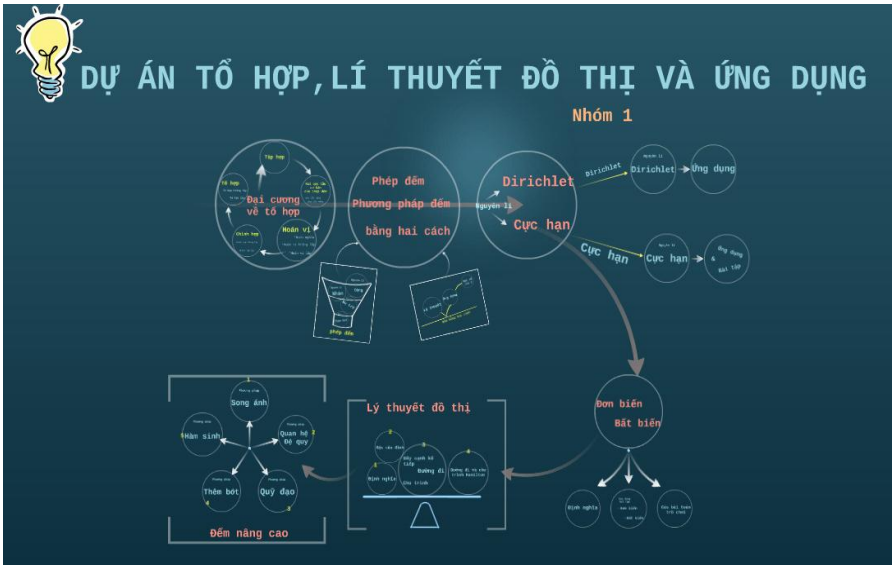



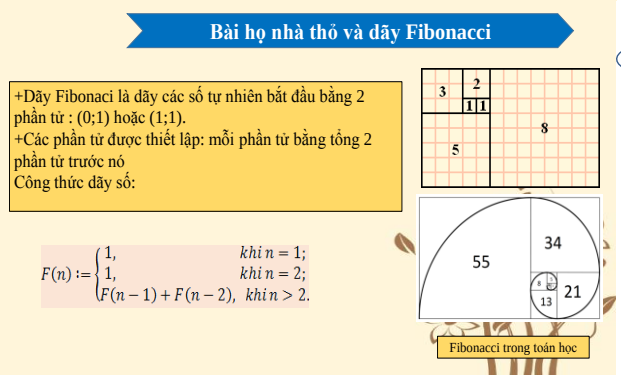




*Hình P2. Trích nội dung đếm nâng cao sau dự án của Toán K28-CTN*



*Hình P3. Trích một số Slide trong sản phẩm, báo cáo của HS*

PHỤ LỤC 7:

**TRÍCH SẢN PHẨM CỦA HS NỘI DUNG KHOẢNG CÁCH TAXICAB**

**Các câu hỏi định hướng cho nhiệm vụ tìm hiểu về "*Ứng dụng của hình học Taxicab trong thực tế*":**

1. Xác định tập hợp các điểm cách đều một điểm trong khoảng cách Taxicab và so sánh với đường tròn trong khoảng cách Ơclit.

2. Coi trung tâm của thành phố là gốc tọa độ trong mặt phẳng (Oxy) (quy ước 1km là 1 đơn vị và các con đường dọc, ngang chia thành phố thành các ô vuông đơn vị). Thành phố có ba bệnh viện A, B, C ở các vị trí $A(-3;-1);B(5;1);C(2;-8)$. Bố mẹ của Minh đều là bác sĩ làm việc tại viện A và B. Họ muốn tìm mua một ngôi nhà sao cho bố đi tới A không xa hơn 7km và mẹ đi tới B không quá 4km. Tìm những vị trí ngôi nhà mà bố mẹ Minh có thể mua được.

3. Hãy xác định đường trung trực của đoạn MN (quỹ tích các điểm cách đều hai điểm M, N cho trước) khi dùng khoảng cách Taxicab và so sánh với đường trung trực trong khoảng cách Ơclit. Minh họa với M(1;1) và N(8;7).

4. Với giả thiết ở câu 2, hãy vẽ các đường ranh giới chia thành phố thành các khu riêng biệt sao cho mỗi người trong thành phố có thể đến được bệnh viện gần nhà họ nhất.

5. Thành phố muốn mở một công ty dược phẩm sao cho khoảng cách từ công ty tới ba bệnh viện bằng nhau. Hãy xác định vị trí để đặt công ty dược này.

6. Trên trục đường song song và cách trục chính thành phố 2km (đường y=2) người ta cần xây dựng nhà máy rác thải y tế. Rác của ba bệnh viện được tập kết tại địa điểm M và đem đi xử lý. Hãy tìm vị trí đặt nhà máy gần địa điểm M nhất, nhưng để đảm bảo an toàn môi trường, nhà máy cần cách trung tâm thành phố ít nhất 10km.

7. Một hội nghị được diễn ra tại Trung tâm hội nghị 3-2 của thành phố Bắc Giang. Để thuận tiện di chuyển bằng ô tô, các đoàn khách được sắp xếp tại các khách sạn cách trung tâm hội nghị không quá 5km. Biết các trục đường

trong thành phố thường được quy hoạch theo các trục ngang, dọc. Em dùng bản đồ du lịch thành phố hoặc Google maps để tìm các khách sạn theo yêu cầu. Đánh dấu vị trí các khách sạn và đưa ra nhận xét về tập các điểm đã đánh dấu.

**Các câu hỏi định hướng cho nhiệm vụ *xây dựng khái niệm và vận dụng thực tiễn của đường tròn và đường elip với khoảng cách Taxicab*:**

1. Đường thẳng (AB) trong hình học Taxicab được xác định giống như trong hình học Ơclit, là đường thẳng đi qua hai điểm A, B.

a. Trong hình học Ơclit khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng được xác định như thế nào?

b. Tương tự hình học Ơclit, hãy xây dựng định nghĩa khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng trong hình học Taxicab. Nêu quy trình xác định khoảng cách đó (Vận dụng xác định chu trình di chuyển gần nhất từ một vị trí tới một con đường)

2. Nêu định nghĩa điểm Torricelli trong hình học Ơclit. Hãy định nghĩa và giải quyết bài toán tương tự trong hình học Taxicab.

3. Tương tự với định nghĩa đường tròn trong hình học Ơclit, hãy nêu định nghĩa đường tròn với khoảng cách Taxicab và cho ví dụ minh họa.

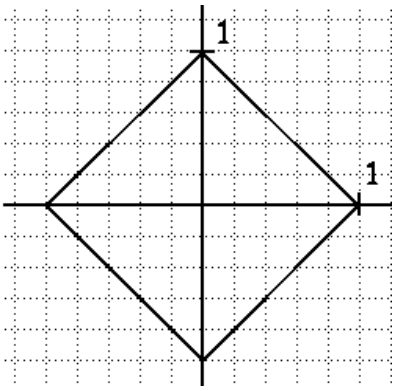
4. a. Hãy nhắc lại định nghĩa về đường tròn và elip trong hình học Ơclit. Các định nghĩa này đều dựa trên khoảng cách, vậy ta có thể xây dựng khái niệm tương tự đối với khoản cách Taxicab hay không?

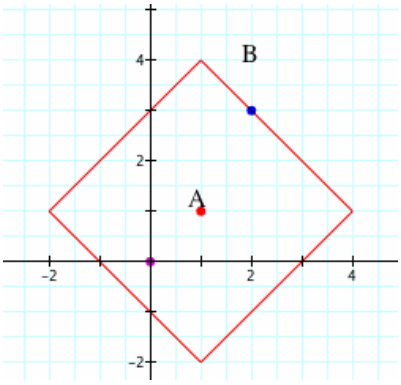
b. Tương tự trong hình học Taxicab, hãy xây dựng khái niệm đường tròn và đường elip theo khoảng cách Taxicab. Từ đó xây dựng những ứng dụng trong thực tế.

5. Hãy tìm hiểu về đa giác đều trong hình học Taxicab, phân tích những điểm giống và khác nhau so với hình học Ơclit.

**Sản phẩm trong quá trình tự học, tự nghiên cứu của HS:**

1. *Hãy xác định đường tròn trong khoảng cách Taxicab và so sánh với đường tròn trong khoảng cách Ơclit. (Trích sản phẩm của K23-CBG)*



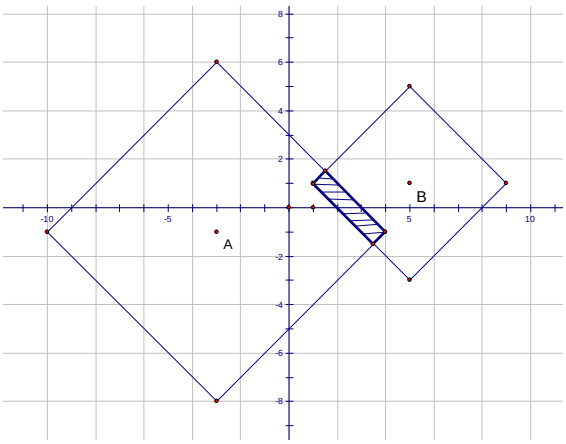




Hình 3.19*a*: biểu diễn tập hợp các điểm trên đường tròn có phương trình $|x|+|y|=1$ (các điểm cách đều gốc tọa độ độ dài 1 không đổi trong khoảng cách Taxicab).

Hình 3.19*b* biểu diễn tập hợp các điểm trên đường tròn có phương trình $|x-1|+|y-1|=3$ (các điểm cách đều *A(1;1)* một khoảng bằng 3 trong khoảng cách Taxicab- Đường tròn tâm *A* đi qua *B*).

Cho $A(-3;-1)$; $B(5;1)$; $C(2;-8)$.

*Tìm miền (L) trên (Oxy) sao cho* $\forall I \in (L)$: $d_T(I;A) \le 7; d_T(I;A) \le 4$. *Ta vẽ hai đường tròn* $(A;7)$ *và* $(B;4)$ *đối với khoảng cách Taxicab ( như hình vẽ ). (L) chính là giao miền trong của hai hình tròn đó (phần gạch chéo ).*




2. *Hãy xác định đường trung trực của đoạn MN (quỹ tích các điểm cách đều hai điểm M, N cho trước) trong khoảng cách Taxicab và so sánh với đường trung trực trong khoảng cách Ơclit. Minh họa với M(1;1) và N(8;7).*

*3.* Ta cần xác định quỹ tích các điểm *I(x;y)* sao cho

$d_T\left(I;M\right) = d_T\left(I;N\right) \Leftrightarrow |x-1|+|y-1|=|x-8|+|y-7|$ (*)

Xét các trường hợp sau

*Trường hợp 1 :* $x<1$ .

(i) Với $y<1$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow 1-x+1-y=8-x+7-y \Leftrightarrow 13=0$ (vô nghiệm).

(ii) Với $1\le y\le 7$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow 1-x+y-1=8-x+7-y \Leftrightarrow y=\dfrac{15}{2}>7$ (loại).

(iii) Với $y>7$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow 1-x+y-1=8-x+y-7 \Leftrightarrow 0=1$ (vô nghiệm).

*Trường hợp 2 :* $1\le x\le 8$. .

(i) Với $y<1$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow x-1+1-y=8-x+7-y \Leftrightarrow x=\dfrac{15}{2}$ (thỏa mãn).

(ii) Với $1\le y\le 7$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow x-1+y-1=8-x+7-y \Leftrightarrow y=\dfrac{17}{2}-x$ (thỏa mãn).

(iii) Với $y>7$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow x-1+y-1=8-x+y-7 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ (thỏa mãn).

*Trường hợp 3 :* $x>8$ .

(i) Với $y<1$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow x-1+1-y=x-8+7-y \Leftrightarrow -1=0$ (vô nghiệm).

(ii) Với $1\le y\le 7$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow x-1+y-1=x-8+7-y \Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}<7$ (loại).

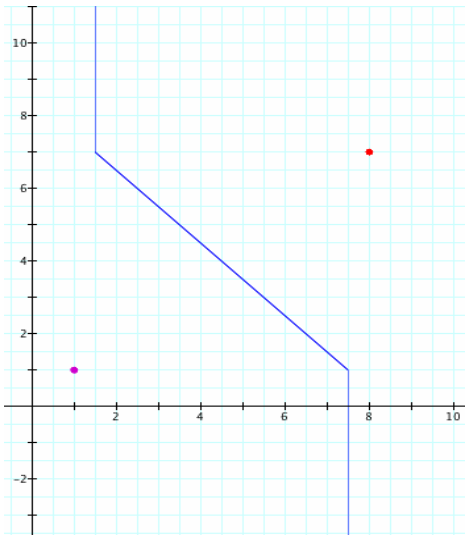
(iii) Với $y>7$ . Khi đó

(*) $\Leftrightarrow x-1+y-1=x-8+y-7 \Leftrightarrow 0=1$ (vô nghiệm).

Vậy ta có quỹ tích các điểm cách đều M, N là đường gấp khúc

$$\begin{cases} x = \dfrac{7}{2} & \text{khi} \quad y < -1 \\ x = \dfrac{17}{2} - y & \text{khi} \quad 1 \le y \le 7 \\ x = \dfrac{3}{2} & \text{khi} \quad y > 7 \end{cases}$$

Sau khi xét các trường hợp ta thu được quỹ tích các điểm *I* cách đều *M,N* là đường gấp khúc như hình dưới




Ngoài ra ta cũng thu được kết luận sau giống như trong khoảng cách Ơclit:

Đường gấp khúc chia mặt phẳng tọa độ ra làm hai miền: trên miền chứa *M* là tập hợp các điểm *I* thỏa mãn $d_T(I;M) < d_T(I;N)$

Còn trên miền chứa *N* là quỹ tích các điểm *J* thỏa mãn $d_T(J;M) > d_T(J;N)$.

*4. Hãy vẽ các đường ranh giới chia thành phố thành các khu riêng biệt sao cho mỗi người trong thành phố có thể đến được bệnh viện gần nhà họ nhất.*

*(Trích trong sản phẩm của K26- CBG)*

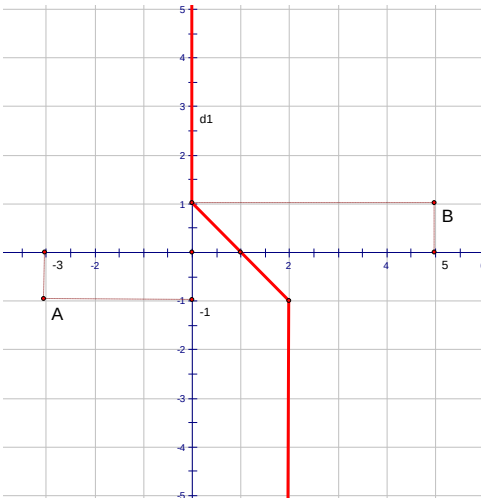
Trước hết ta phải thực hiện các công đoạn tìm các đường trung trực của *AB, BC, CA.*

*Bước 1: Xác định các điểm M trên mặt phẳng tọa độ sao cho*

$d_T(M;A) = d_T(M;B) \Leftrightarrow |x+3|+|y+1| = |x-5|+|y-1|$ (*)

Bằng việc chia các trường hợp như đã xét ở trên, ta được quỹ tích các điểm cách đều *A, B* là

$$\begin{cases} x = 2 & \text{khi} \quad y < -1 \\ x = 1 - y & \text{khi} \quad -1 \le y \le 1 \\ x = 0 & \text{khi} \quad y > 1 \end{cases} \quad (\text{ đường } d_1)$$

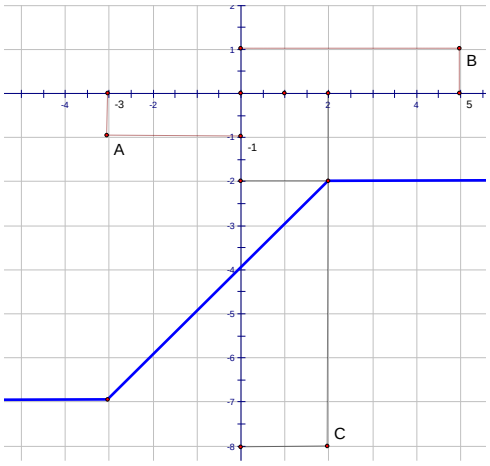



*Bước 2 : Xác định các điểm M trên mặt phẳng tọa độ sao cho*

$$d_T(M;A) = d_T(M;C) \Leftrightarrow |x+3|+|y+1|=|x-2|+|y+8| \ (*)$$

Chia các trường hợp như đã xét , ta được quỹ tích các điểm cách đều *A, C* là

$$\begin{cases} y=-7 & \text{khi} \quad x<-3 \\ y=x-4 & \text{khi} \quad -3\le x\le 2 \\ y=-2 & \text{khi} \quad x>2 \end{cases} \qquad (\ d_2\ )$$

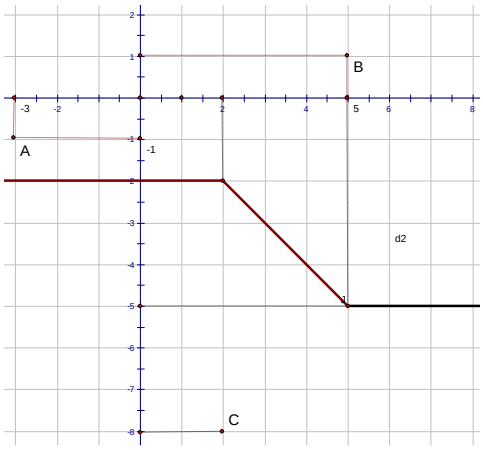



*Bước 3 : Xác định các điểm M trên mặt phẳng tọa độ sao cho*

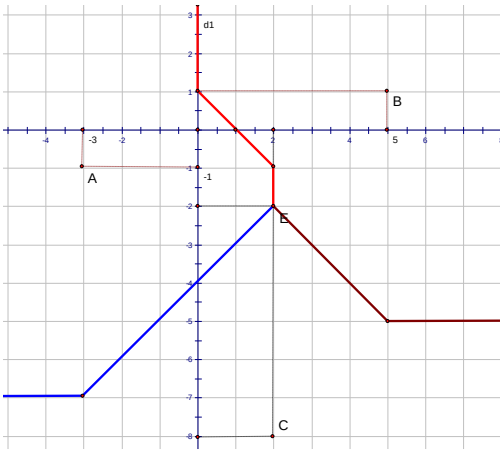
$$d_T(M;B) = d_T(M;C) \Leftrightarrow |x-5|+|y-1|=|x-2|+|y+8| \ (*)$$

Chia các trường hợp, ta được tập hợp các điểm có cùng khoảng cách tới *B, C* là đường $d_3$

$$\begin{cases} y=-2 & \text{khi} \quad x<2 \\ y=-x & \text{khi} \quad 2\le x\le 5 \\ y=-5 & \text{khi} \quad x>5 \end{cases} \qquad (\text{ đường } d_3)$$




Như vậy, từ ba hình vẽ trên, kết hợp trong một mặt phẳng (Oxy) các em đã thể hiện rõ được các đường ranh giới chia thành phố thành ba khu riêng biệt (các phần mặt phẳng khác nhau tương ứng chứa *A, B, C*) sao cho mỗi người trong thành phố có thể đến được bệnh viện gần nhà họ nhất (nếu họ ở vị trí trong miền chứa điểm nào thì sẽ đến bệnh viện trong miền đó).




Từ đó thấy rằng công ty dược phẩm phải được đặt ở vị trí $E(2;-2)$ đảm bảo cho khoảng cách từ đó tới ba bệnh viện là bằng nhau.

*5. Trên trục đường song song và cách trục chính thành phố 2km (đường y = 2) người ta cần xây dựng nhà máy rác thải y tế. Rác của ba bệnh viện được tập kết tại địa điểm M và đem đi xử lý. Hãy tìm vị trí đặt nhà máy sao cho gần địa điểm M nhất nhưng để đảm bảo môi trường, nhà máy cần cách trung tâm thành phố ít nhất 10km.*

Ta cần tìm điểm *K(a ; 2)* sao cho $\begin{cases} d_T(K;M) = |a+3| + |2-(-1)| \ \min \\ OK = |a| + 2 \geq 10 \end{cases}$

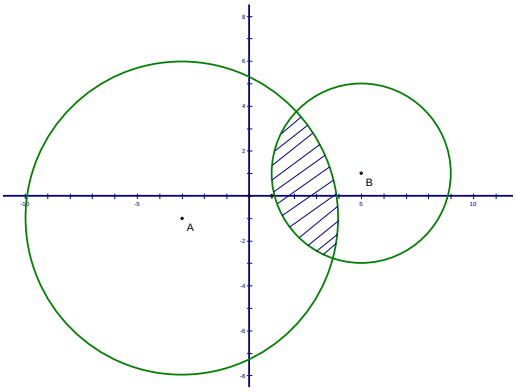
Ta thấy rằng $d_T(K;M)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $8$ khi $K(-8;2)$.

*5. Giải quyết bài toán trong hình học Ơclit.*

*a)* Cho $A(-3;-1)$ ; $B(5;1)$ ; $C(2;-8)$. *Tìm miền (L) trên (Oxy) sao cho*

$$\forall I(a;b)\in(L):\begin{cases} IA=\sqrt{(a+3)^2+(b+1)^2}\le 7 \\ IB=\sqrt{(a-5)^2+(b-1)^2}\le 4 \end{cases}$$

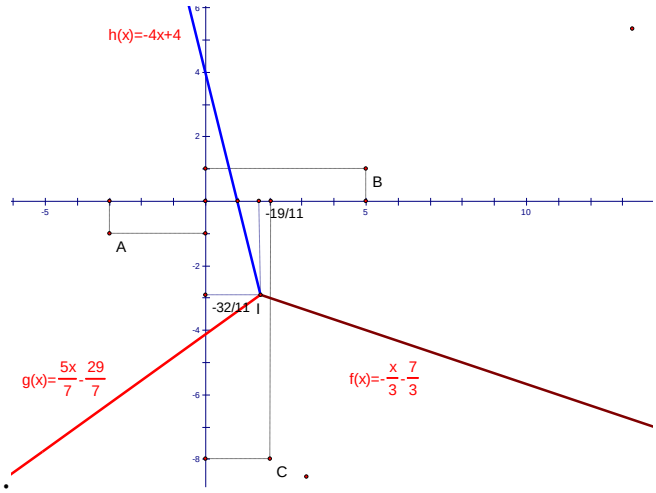
*(L) là những điểm chung của hai đường tròn (A;7) và (B;4) (Phần gạch chéo).*




*b) Tìm điểm cách đều ba điểm A, B, C.*

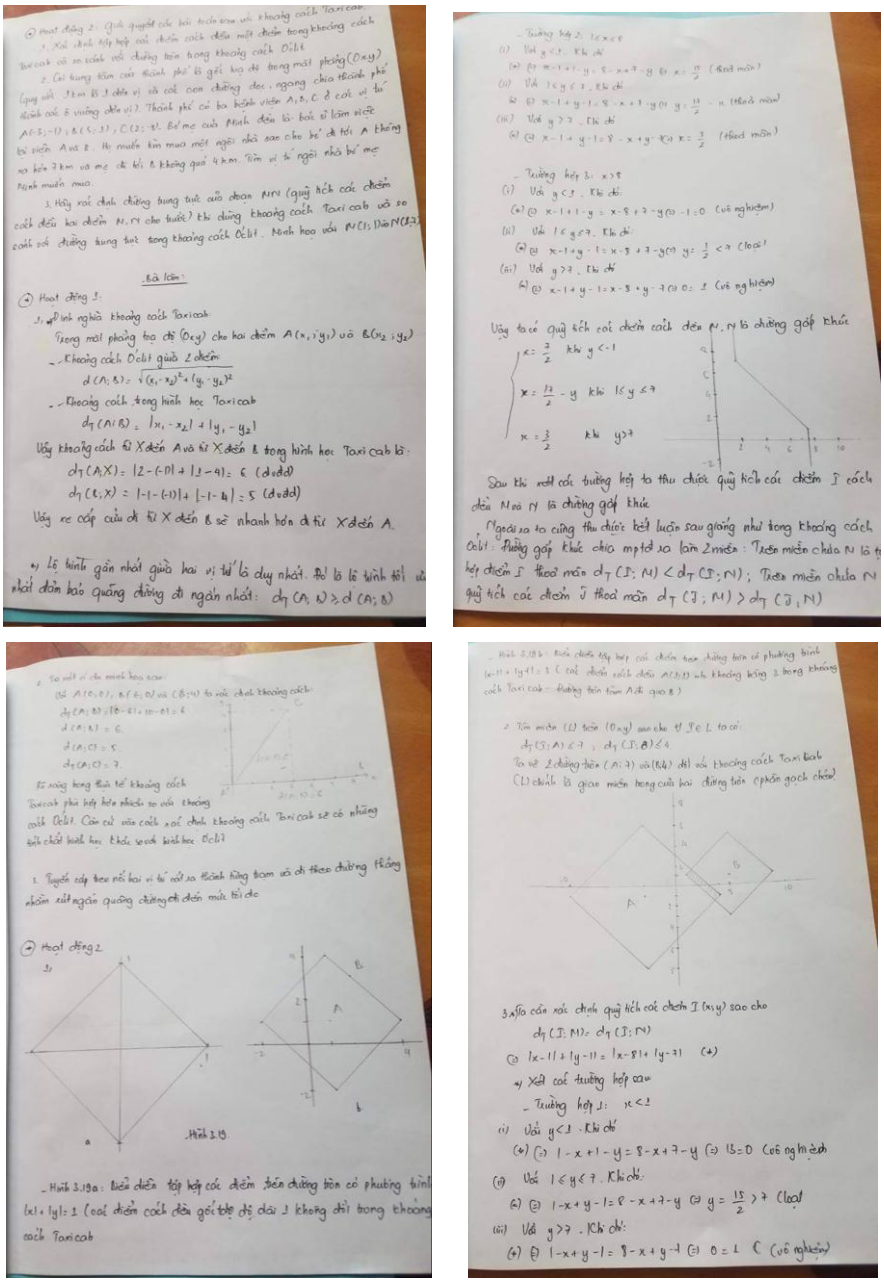
*Quỹ tích các điểm cách đều ( A, B ); (B, C; (C, A) tương ứng là các đường thẳng* $y=-4x+4$ ; $y=-\frac{1}{3}x-\frac{7}{3}$ ; $y=\frac{5}{7}x-\frac{29}{7}$ .

*Điểm cách đều A, B, C là* $I\left(\frac{19}{11};\frac{-32}{11}\right)$ *, là điểm đặt công ty dược. Ba đường thẳng chia mặt phẳng tọa độ ra làm ba miền tương ứng chứa các điểm A, B, C.*
*Từ đó xác định được bệnh viện gần nhất của mỗi người trong thành phố.*

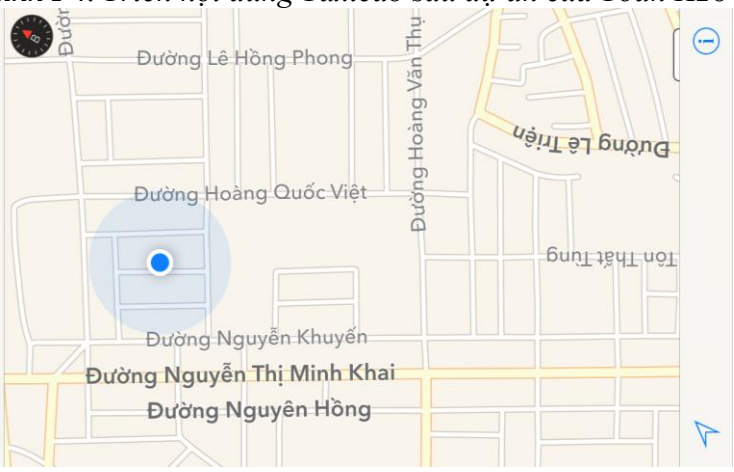



*c)* Ta cần tìm điểm *K(a ; 2)* sao cho $\begin{cases} d_T(K;M)=|a+3|+|2-(-1)| \ \min \\ OK=\sqrt{a^2+2^2}\ge 10 \end{cases}$

Ta thấy rằng $\min d_T(K;A)=4\sqrt{6}$ khi $K\left(-4\sqrt{6};2\right)$ là điểm đặt nhà máy xử lý rác.



*Hình P4. Trích nội dung Taxicab sau dự án của Toán K28- CTN*

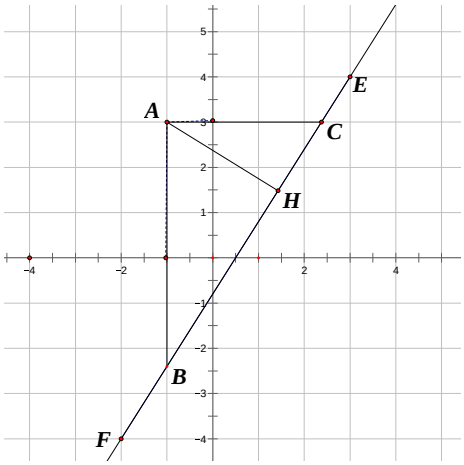



*Hình P5. HS dùng Google maps minh họa các trục đường*

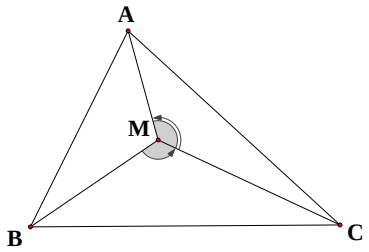
***"Xây dựng khái niệm đường tròn, đường elip sử dụng khoảng cách Taxicab"***

*a) Đối chiếu định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong hình học Ơclit và bằng tương tự hóa tìm cách xây dựng định nghĩa trong hình học Taxicab.*

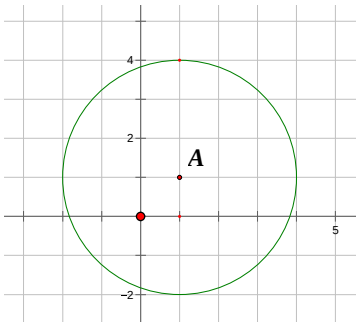
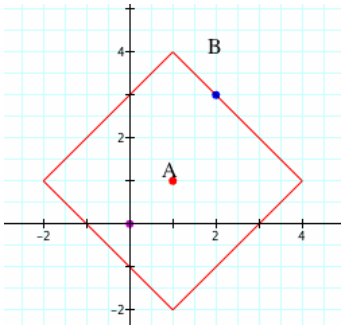
| | **Hình học Ơclit** | **Hình học Taxicab** |
|---|---|---|
| Định nghĩa | $d(A;\Delta)=\min\limits_{B\in\Delta} d(A;B)$. | $d_T(A;\Delta)=\min\limits_{B\in\Delta} d_T(A;B)$.<br>*Nếu* $\Delta$ đi qua $M(x_0;y_0)$ và song song với Ox thì $d(A;\Delta)=\lvert y_A-y_0\rvert$.<br>*Nếu* $\Delta$ đi qua $M(x_0;y_0)$ và song song với Oy thì $d(A;\Delta)=\lvert x_A-x_0\rvert$ |
| Cách xác định khoảng cách từ điểm A tới đường thẳng $\Delta$ | Hạ $AH\perp\Delta$ thì<br>$AH=\min\limits_{B\in\Delta} AB$<br>*(Xem hình 3.28)* | *Nếu* $\Delta$ không song song với các trục tọa độ: qua A kẻ các đường thẳng song song với các trục tọa độ, lần lượt cắt $\Delta$ tại B và C. Khi đó<br>$d_T(A;\Delta)=\min\{d_T(A,B);d_T(A,C)\}$. |
| Ví dụ minh họa:<br>Cho A(-1 ;3) và $\Delta$ là đường thẳng đi qua E(3 ;4) và F(-2 ;-4). | $\Delta: 8x-5y-4=0$.<br>$d(A;\Delta)=\dfrac{\lvert 8.(-1)-5.3-4\rvert}{\sqrt{8^2+(-5)^2}}$<br>$=\dfrac{27}{\sqrt{89}}$. | $B\left(-1;-\dfrac{12}{5}\right);C\left(\dfrac{19}{8};3\right)$<br>$d_T(A;C)=\left\lvert\dfrac{19}{8}-(-1)\right\rvert=\dfrac{27}{8}$;<br>$d_T(A;B)=\left\lvert-\dfrac{12}{5}-3\right\rvert=\dfrac{27}{5}$;<br>$d_T(A;\Delta)=\min\{d_T(A,B);d_T(A,C)\}$<br>$=\dfrac{27}{8}$. |



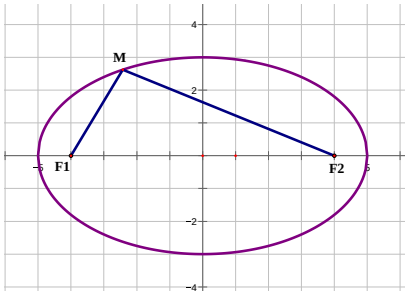
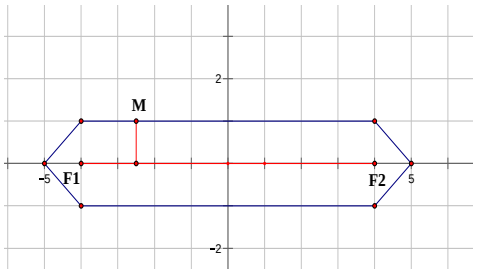

*b) Điểm Torricelli của tam giác trong hình học Ơclit, định nghĩa và giải quyết bài toán tương tự trong hình học Taxicab.*

| | Hình học Ơclit | Hình học Taxicab |
|---|---|---|
| Định nghĩa | Là điểm *M* trong mặt phẳng sao cho tổng khoảng cách từ *M* đến ba đỉnh tam giác đạt giá trị nhỏ nhất (tìm min $\{MA+MB+MC\}$) | Là điểm *M* trong mặt phẳng sao cho tổng khoảng cách từ *M* đến ba đỉnh tam giác đạt giá trị nhỏ nhất .Tìm $\min\{d_T(M;A)+d_T(M;B)+d_T(M;C)\}$ |
| Minh họa | - Nếu $goc\ BAC \geq 120^0$ thì $M \equiv A$.<br>-Nếu $A,B,C < 120^0$ thì $M$ nằm trong tam giác và $AMB = BMC = CMA = 120^0$.<br>  <br><br>$\Delta: 8x-5y-4=0.$<br>$d(A;\Delta)=\dfrac{\lvert 8.(-1)-5.3-4\rvert}{\sqrt{8^2+(-5)^2}}=\dfrac{27}{\sqrt{89}}.$ | $A(x_A;y_A);B(x_B;y_B);C(x_C;y_C)$<br>Gọi $\{x_1,x_2,x_3\}$ ,$\{y_1,y_2,y_3\}$ *tương ứng là hoán vị của* $\{x_A,x_B,x_C\}$ $\{y_A,y_B,y_C\}$ ,*thỏa mãn* $x_1 \leq x_2 \leq x_3$; $y_1 \leq y_2 \leq y_3$.<br>$d_T(M;A)+d_T(M;B)+d_T(M;C)$<br>$=\lvert x_M-x_A\rvert+\lvert y_M-y_A\rvert+\lvert x_M-x_B\rvert+\lvert y_M-y_B\rvert$<br>$+\lvert x_M-x_C\rvert+\lvert y_M-y_C\rvert$<br>$=\lvert x_3-x_M\rvert+\lvert x_M-x_1\rvert+\lvert x_M-x_2\rvert$<br>$+\lvert y_3-y_M\rvert+\lvert y_M-y_1\rvert+\lvert y_M-y_2\rvert$<br>$\geq \lvert x_3-x_M+x_M-x_1\rvert+\lvert y_3-y_M+y_M-y_1\rvert$<br>$=\lvert x_3-x_1\rvert+\lvert y_3-y_1\rvert.$ $"="\Leftrightarrow M(x_2;y_2)$<br>VD : $A(5;2);B(-1;-3);C(1;3)$ thì điểm có tổng khoảng cách Taxicab đến ba đỉnh nhỏ nhất là $M(1;2)$. |

*c) Đường tròn*

| | Hình học Ơclit | Hình học Taxicab |
|---|---|---|
| Đ/n | $C_E(I;R)=\{M / IM=R\}$. | $C_T(I;R)=\{M / d_T(I;M)=R\}$. |
| Minh họa | *Đường tròn tâm A(1;1), R=3.*   | *Đường tròn tâm A(1;1), R=3.*   |

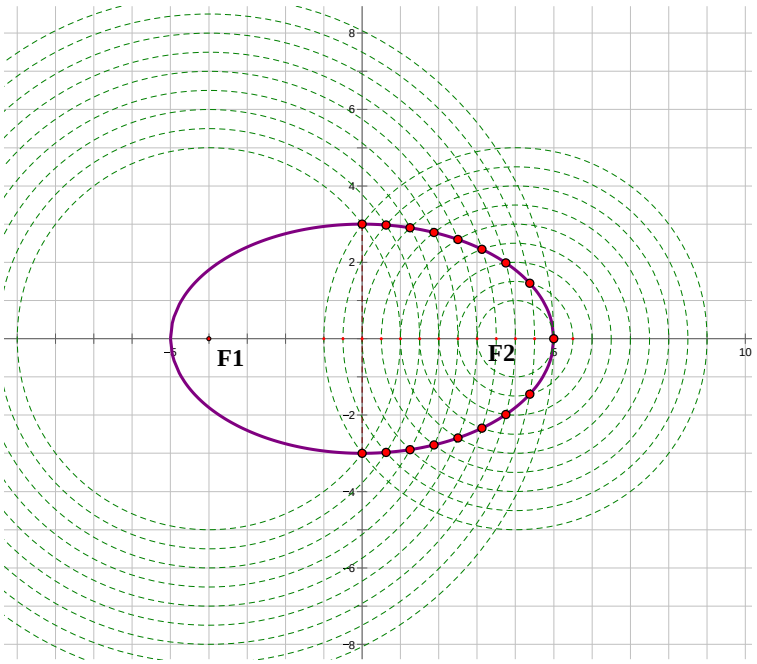
*d) Đường Elip*

| | Hình học Ơclit | Hình học Taxicab |
|---|---|---|
| Đường Elip | *Cho* $a>c>0$ *và hai tiêu điểm* $F_1;F_2$; $F_1F_2=2c$ <br> $(E)=\{M / MF_1+MF_2=2a\}$. | *Cho* $a>c>0$ *và hai tiêu điểm* $F_1;F_2$; $F_1F_2=2c$ <br> $(E)=\{M / d_T(M;F_1)+d_T(M;F_2)=2a\}$. |
| Minh họa | *Elip với* $F_1(-4;0);F_2(4;0)$ *và* $MF_1+MF_2=10$   | *Elip với* $F_1(-4;0);F_2(4;0)$ *và* $d_T(M;F_1)+d_T(M;F_2)=10$   |

*e) Đề xuất vẽ Elip trong hình học Ơclit bằng compa:*

- Vẽ đường tròn $(F_1;6);(F_2;4)$ thì giao hai đường tròn là điểm nằm trên (E);
- Vẽ đường tròn $\left(F_1;\frac{13}{2}\right);\left(F_2;\frac{7}{2}\right)$ thì giao hai đường tròn là điểm nằm trên (E);
- Vẽ đường tròn $(F_1;7);(F_2;3)$ thì giao hai đường tròn là điểm nằm trên (E);
- Vẽ đường tròn $\left(F_1;\frac{15}{2}\right);\left(F_2;\frac{5}{2}\right)$ thì giao hai đường tròn là điểm nằm trên (E).

Cứ lặp lại quá trình trên sao cho tổng hai bán kính của hai đường tròn tâm $F_1; F_2$ bằng 10 với càng nhiều cặp hai đường tròn thì các giao điểm của các cặp đường tròn đó càng thể hiện chính xác các điểm trên (E)




Ta đã có đường tròn trong khoảng cách Taxicab nên hoàn toàn tương tự với cách vẽ elip đã đề xuất, HS có thể vẽ được chính xác (E) trong hình học Taxicab. Sau khi hoàn thành đường Elip, HS tiếp tục tự nghiên cứu và tìm hiểu sang đường Parabol và Hypebol.

PHỤ LỤC 8:

## TRÍCH MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG VẬN DỤNG LTĐT CỦA HS

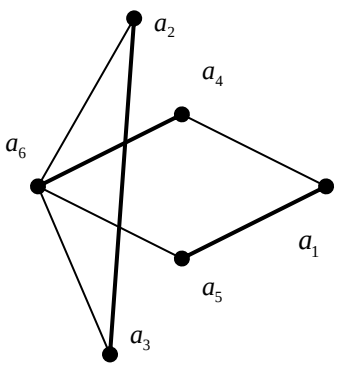
**Bài toán 1:** Người ta cần tuyển 3 người phiên dịch cho 6 ngoại ngữ. Có 7 người phiên dịch dự tuyển, mỗi người biết đúng 2 ngoại ngữ xét tuyển và hai người bất kì không biết quá một ngoại ngữ chung. Với mỗi ngoại ngữ trong số 6 ngoại ngữ đều có thể tìm được trong số 7 người phiên dịch này 2 người biết nó. Hỏi có thể tìm được 3 người phiên dịch cho 6 ngoại ngữ trên không?

Lời giải bài toán: Ta đi chứng minh luôn tìm được 3 phiên dịch cho 6 ngoại nhữ trên. Trước tiên ta biểu diễn mỗi ngoại ngữ là một đỉnh của đồ thị và cạnh nối hai đỉnh biểu diễn cho người phiên dịch biết hai thứ tiếng đó. Như vậy ta có một đồ thị vô hướng với 6 đỉnh và 7 cạnh , bậc của mỗi đỉnh ít nhất là 2.

Ta phải chứng minh đồ thị trên luôn tìm được 3 cạnh mà không cạnh nào có đỉnh chung.

Kí hiệu $a_i$ là bậc của đỉnh thứ $i$ , giả sử rằng $2 \le a_i \le a_2 \le ... \le a_6$. Do tổng số bậc của các đỉnh là 14 nên ta có hai trường hợp là $\begin{cases} a_6 = 4 \\ a_5 = a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = 2 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} a_6 = a_5 = 3 \\ a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = 2 \end{cases}$




TH1: $\begin{cases} a_6 = 4 \\ a_5 = a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = 2 \end{cases}$

Theo hình các cạnh $(a_6, a_4), (a_1, a_5), (a_2, a_3)$ là các cạnh cần tìm

TH2: $\begin{cases} a_6 = a_5 = 3 \\ a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = 2 \end{cases}$

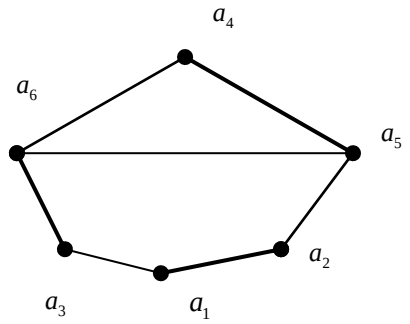
Ta thấy tập đỉnh kề của $a_6$ và $a_5$ không thể trùng nhau, nếu không sẽ có một đỉnh không kề với đỉnh nào (vô lí)

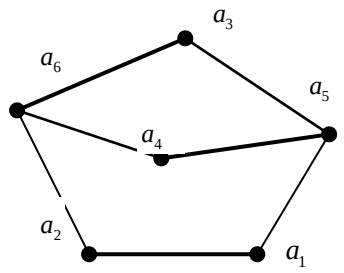
Do đó tập đỉnh kề của $a_6$ và $a_5$ sẽ có 1;2 hoặc không có đỉnh chung

- Nếu tập đỉnh kề của $a_6$ và $a_5$ có một đỉnh chung, giả sử $a_4$.

Trong trường hợp này $a_6$ và $a_5$ phải kề nhau nếu không đồ thị sẽ có tới 7 điểm (vô lí)

Gọi $a_3$ là đỉnh kề với $a_6$ và $a_2$ là đỉnh kề với $a_5$. Như vậy để $a_3 = a_2 = a_1 = 2$ thì đỉnh $a_1$ phải kề với đỉnh $a_2$ và $a_3$. Ba cạnh $(a_6, a_3), (a_4, a_5), (a_2, a_1)$ thỏa mãn.



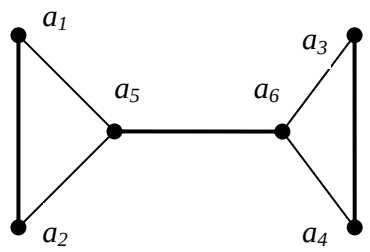




- Nếu tập đỉnh kề của $a_6$ và $a_5$ có chung nhau đúng 2 đỉnh , giả sử đó là $a_4$ và $a_3$. Khi đó $a_6$ và $a_5$ không thể kề nhau nếu không hai đỉnh còn lại chỉ có thể nối với nhau ( do $a_6 = a_5 = 3$ và $a_4 = a_3 = 2$) và khi đó bậc của chúng chỉ có thể là 1( vô lí).

Như vậy $a_2$ sẽ là đỉnh kề của $a_6$ và $a_1$ là đỉnh kề của $a_5$. Và do bậc của $a_1$ và $a_2$ là 2 nên chúng phải được nối với nhau bởi 1 cạnh

Các cạnh $(a_6, a_3), (a_4, a_5), (a_2, a_1)$ là các cạnh cần tìm.

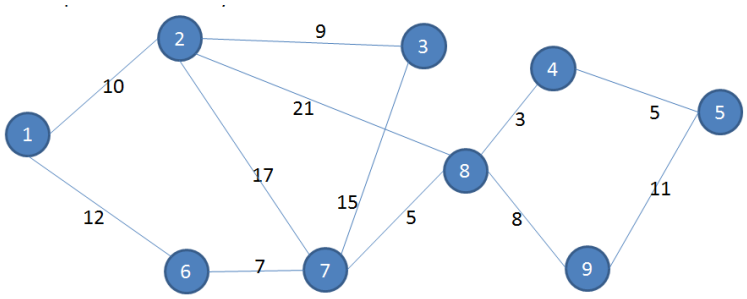
- Tập đỉnh kề của $a_6$ và $a_5$ không có đỉnh chung




Trong trường hợp này $a_6$ và $a_5$ nhất thiết phải kề với nhau nếu không đồ thị sẽ có số đỉnh của đồ thị sẽ ít nhất là 2+3+3 = 8 (vô lí). Giả sử $a_6$ kề với $a_4$ và $a_3$, $a_5$ kề với $a_1$ và $a_2$. Khi đó chỉ có thể xảy ra hai trường hợp: hoặc $a_4$ kề với $a_3$ và $a_2$ kề với $a_1$ , hoặc $a_4$ không kề với $a_3$ và $a_2$ không kề với $a_1$. Trong cả hai trường hợp này ta đều xác định 3 cạnh thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Tóm lại trong mọi trường hợp ta đề tìm ra 3 cạnh thỏa mãn yêu cầu bài toán tức là luôn tuyển chọn được 3 phiên dịch viên theo yêu cầu.

**Bài toán 2**: Người đưa thư mới được nhận công việc phụ trách đưa thư ở thành phố Bắc Giang. Anh ta phải đi qua tất cả các quãng đường mà mình được giao nhiệm vụ để chuyển phát thư tín. Anh ta mới đi làm nên không biết đi thế nào là nhanh nhất và thuận tiện nhất. Nhờ người quản lí anh biết được thông tin nếu bắt đầu từ khu vực 1 có một con đường đi qua tất cả quãng đường anh ta được phân công rồi sẽ trở lại đúng vị trí ban đầu khi đã đi qua hết tất cả các quãng đường mà mỗi quãng đường đi qua đúng 1 lần. Hãy đưa ra cách đi giúp người đưa thư này, biết sơ đồ các khu vực được biểu diễn qua đồ thị dưới đây:



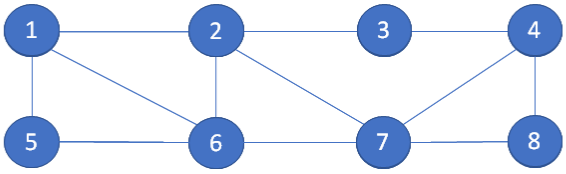

**Bài toán 3:** Cho 8 thành phố được đánh số từ 1 đến 8. Có 12 con đường nối trực tiếp giữa 2 thành phố với nhau được cho dưới đây:

1->2 ; 3->4 ; 1->5; 4->7; 1->6 ; 4->8; 2->3 ; 5->6; 2->7; 6->7; 2->6; 7->8

Tìm xem có tồn tại đường đi bắt đầu từ một thành phố qua tất cả các thành phố khác mà mỗi thành phố chỉ được đi qua 1 lần rồi lại trở về thành phố bắt đầu hay không.

Mô hình hóa dưới dạng đồ thị của HS:

- Ta biểu diễn con đường giữa các thành phố qua đồ thị sau:




Nếu xem có tồn tại đường đi bắt đầu từ một thành phố qua tất cả các thành phố khác mà mỗi thành phố chỉ được đi qua 1 lần rồi lại trở về thành phố bắt đầu thì chứng tỏ đồ thị biểu diễn các thành phố có chu trình hamilton

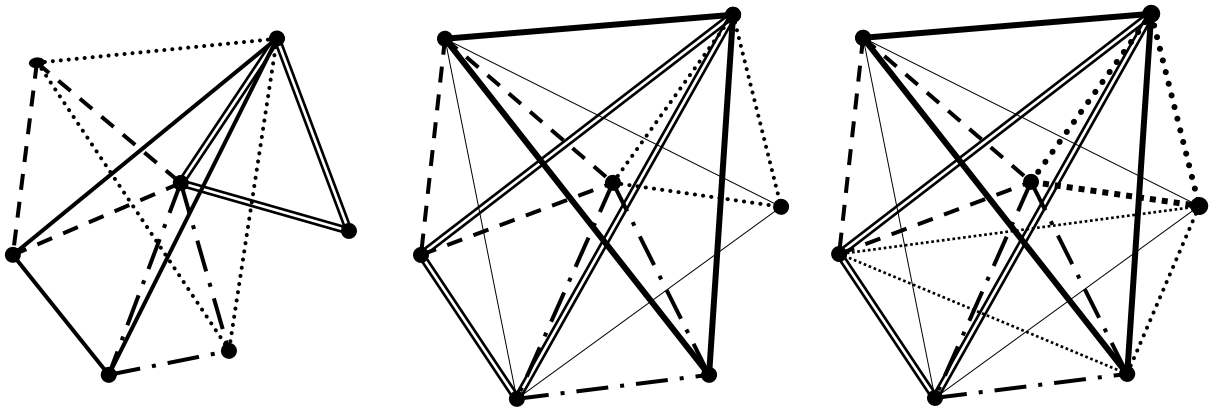
**Bài toán 4:** Lớp có *n* môn học *(n≥ 3)* và mỗi môn học, mỗi HS sẽ có một bài kiểm tra. Biết rằng với mỗi môn học bất kì có đúng ba HS đạt điểm giỏi, còn với hai môn tùy ý thì có đúng một HS đạt điểm giỏi cho mỗi môn trong cả hai môn đó. Hãy xác định *n* bé nhất sao cho từ các điều kiện có thể suy ra mỗi môn học trong *n* môn đó có đúng một HS đạt điểm giỏi.

*Đưa về bài toán lí thuyết đồ thị:* Biểu diễn mỗi HS là một điểm trên đồ thị. Hai HS cùng đạt điểm giỏi trong cùng một môn học được nối với nhau bởi một cạnh. Khi đó mỗi một môn học được biểu diễn bởi một tam giác.

Mặt khác, với hai môn tùy ý thì có đúng một HS đạt điểm giỏi cho mỗi môn học ấy. Do vậy bất cứ hai tam giác nào cũng có một đỉnh chung.

Ta cần tìm $n$ nhỏ nhất để luôn có một đỉnh là đỉnh chung của tất cả các tam giác.

Ta có nhận xét sau đây: Nếu như có bốn tam giác có chung một đỉnh, thì tất cả các tam giác đều có chung đỉnh đó. Thật vậy, xét một tam giác khác với 4 tam giác trên. Vì cứ hai tam giác nào cũng có đỉnh chung với nhau nên tam giác thứ năm này có đỉnh chung với mỗi một tam giác trong 4 tam giác trên. Mà các đỉnh chung này lại không phải đỉnh chung A của 4 tam giác kể trên nên các đỉnh đó là phân biệt. Như vậy thì tam giác thứ 5 này có 4 đỉnh phân biệt (vô lí). Do đó ta chứng minh được nhận xét trên.



$n = 5$ $n = 6$ $n = 7$

Ta đi xét các trường hợp sau:

*TH1:* $n < 8$ Trong các trường hợp $n = 3,4,5,6,7$ ta luôn tìm được ít nhất một cách vẽ mà không tồn tại một đỉnh nào là đỉnh chung của tất cả các tam giác.

*TH2:* $n \geq 8$

Lấy một tam giác bất kì trong số n tam giác trên, khi đó tam giác này sẽ có chung một đỉnh với mỗi một trong $n - 1 \geq 7$ tam giác còn lại.

Tam giác này chỉ có 3 đỉnh mà lại có đỉnh chung với $n - 1 \geq 7$ tam giác khác nên theo nguyên lí Dirichlet suy ra có ít nhất một đỉnh là đỉnh chung với 3 tam giác khác. Như vậy đã tồn tại 4 tam giác có 1 chung đỉnh. Theo như nhận xét trên suy ra tất cả $n$ tam giác đều có chung 1 đỉnh này. Điều này có nghĩa là với $n \geq 8$, và giả thiết thỏa mãn mọi điều kiện bài toán thì luôn tìm được một HS đạt điểm giỏi trong tất cả các môn. Vậy $n = 8$ là giá trị nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện bài toán

BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

**Bài tập 1.** Có 17 người bạn cùng học chung lớp viết thư cho nhau về 3 đề tài khác nhau, từng đôi bạn trao đổi với nhau về cùng một đề tài. Chứng minh rằng có 3 người bạn viết thư trao đổi với nhau về cùng một đề tài.

**Bài tập 2.** (Vô địch Mỹ 1982) Sống trong một kí túc xá có 1982 người. Cứ 4 người trong đó bao giờ cũng tìm được ít nhất một người quen với 3 người còn lại. Có ít nhất bao nhiêu người quen với tất cả những người còn lại trong kí túc.

**Bài tập 3.** Trong một cuộc đấu cờ vòng tròn, tổng số điểm của mỗi một trong số 5 đấu thủ đôi một khác nhau. Biết rằng mỗi ván thắng được tính 1 điểm, ván thua tính 0 điểm và hòa tính nửa điểm. Ngoài ra còn biết :

Người nhiều điểm nhất không hòa trận nào, người nhiều điểm nhì không thua trận nào, người nhiều điểm thứ tư không thắng người thứ năm. Xác định kết quả các ván đánh của mọi người cũng như tổng số điểm của họ.

**Bài tập 4.** Chứng minh rằng trong một lớp học có *n* HS luôn tồn tại hai em có cùng số bạn thân trong lớp.

**Bài tập 5.** Có một nhóm bạn gồm ( $n>1$) cùng đi chơi xa. Họ hứa với nhau rằng mỗi người sẽ viết thư cho đúng $2n+1$ người trong số họ. Chứng minh rằng trong $4n+1$ người đó có một người không viết thư trả lời cho người đã viết thư cho mình.

**Bài tập 6.** Người ta cần tuyển 3 người phiên dịch cho 6 ngoại ngữ. Có 7 người phiên dịch dự tuyển, mỗi người biết đúng 2 ngoại ngữ xét tuyển và hai người bất kì không biết quá một ngoại ngữ chung. Với mỗi ngoại ngữ trong số 6 ngoại ngữ đều có thể tìm được trong số 7 người phiên dịch này 2 người biết nó. Hỏi có thể tìm được 3 người phiên dịch cho 6 ngoại ngữ trên không.

**Bài tập 7**. Trong phòng hội thảo có ít nhất 3 người tham dự và mỗi đại biểu đến dự hội thảo đều bắt tay ít nhất một nửa số người có mặt. Chứng minh rằng tất cả các đại biểu có thể xếp được ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho mỗi đại biểu ngồi giữa hai người mà trước đó đại biểu này đã bắt tay.

**Bài tập 8.** Tập M gồm n số tự nhiên ($n\geq 3$). Mỗi số đều không nguyên tố cùng nhau với ít nhất một nửa số thuộc tập M. Hỏi có thể sắp xếp tất cả các số thuộc tập M lên một đường tròn sao cho với một số tùy ý trên đường tròn đều có ước chung khác 1 với mỗi số bên cạnh nó được hay không?

**Bài tập 9.** Một cuộc họp có ít nhất 3 đại biểu tham dự và tổng số người quen trong cuộc họp của hai đại biểu bất kì không ít hơn số đại biểu tham dự. Chứng minh rằng các đại biểu có thể xếp ngồi vào một bàn tròn sao cho ai cũng ngồi giữa hai người mà họ quen.

**Bài tập 10.** Cho một bàn cờ 3×3. Liệu rằng một con mã có thể đi qua tất cả các ô của bàn cờ đúng một lần rồi quay trở về ô xuất phát hay không?

PHỤ LỤC 9:

## MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA TỰ LUẬN TRONG TNSP

### 1. Bài kiểm tra Toán K26 (lần 1) - THPT Chuyên Bắc Giang

*Câu 1(2 điểm):* Có bao nhiêu cách chia 40 quyển vở giống nhau cho 5 em sao cho mỗi em được ít nhất một quyển?

*Câu 2 (4 điểm):* Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 nam: $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$ và 3 nữ $G_1$, $G_2$, $G_3$ nếu:

a) Xếp một cách tùy ý

b) Không có hai bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

c) Nam $B_1$ không ngồi cạnh nữ $G_1$?

*Câu 3 (2 điểm)*: Chứng minh rằng: $\sum_{k=1}^{n} 2^k C_n^k C_{n-k}^{\left[\frac{n-k}{2}\right]} = C_{2n+1}^n$.

*Câu 4 (2 điểm):* Tập tất cả các số N gồm 2016 chữ số thỏa mãn N chia hết cho 9999 và các chữ số của N thuộc $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ có trung bình cộng là bao nhiêu?

### 2. Bài kiểm tra Toán K26 (lần 2) - THPT Chuyên Bắc Giang

*Câu 1 (2 điểm):* Trong một buổi giao lưu toán học giữa trường THPT Chuyên Bắc Giang và Chuyên Bắc Ninh có hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có 6 ghế. Để đảm bảo sự giao lưu giữa các bạn HS, ban tổ chức muốn sắp xếp các bạn HS sao cho: Hai bạn HS bất kì ngồi cạnh nhau hoặc ngồi đối diện với nhau thì khác trường nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp?

*Câu 2 (2 điểm):* Đội tuyển VMO của trường THPT Chuyên Bắc Giang có lịch học với giáo sư ở Hà Nội 5 ngày trong tháng 9/2016 (tháng 9 có 30 ngày). Tuy nhiên, giáo sư không giảng dạy trong vòng 2 ngày liên tiếp nhau. Hỏi đội tuyển có bao nhiêu cách để lên lịch?

*Câu 3(2 điểm)*: Cho *Cho* $m,n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng:

$$\sum_{k=0}^{m} \frac{C_{n+k}^k}{2^{n+k}} + \sum_{k=0}^{n} \frac{C_{m+k}^k}{2^{m+k}} = 2^{m+n+1}$$

*Câu 4 (4 điểm):* "Một nhóm gồm có 5 cô gái, kí hiệu là: $G_1$, $G_2$, $G_3$, $G_4$, $G_5$ và 12 chàn trai. Có 17 chiếc ghế được xếp thành hàng ngang. Người ta xếp nhóm người đã cho ngồi vào các chiếc ghế đó sao cho các điều kiện sau đồng thời được thỏa mãn:

a) Mỗi người ngồi đúng một ghế

b) Các cô gái xếp theo đúng thứ tự $G_1$, $G_2$, $G_3$, $G_4$, $G_5$

c) Giữa $G_1$ và $G_2$ có ít nhất 3 chàng trai

d) Giữa $G_4$ và $G_5$ có ít nhất 1 chàng trai và nhiều nhất là  chàng trai

Hỏi có tất cả bao nhiêu cách sắp xếp như vậy? (Hai cách sắp xếp được coi là khác nhau nếu tồn tại một chiếc ghế mà người ngồi chiếc ghế đó trong hai cách sắp xếp là khác nhau)" (Trích đề VMO 2012).

**3. Bài kiểm tra Toán K67 - THPT Chuyên Nguyễn Huệ**

*Câu 1(2,5 điểm):* Cho số 1122334567. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các chữ số của số trên sao cho không có hai chữ số nào giống nhau nào đứng cạnh nhau?

*Câu 2 (2,5 điểm):* Một hội nghị bàn tròn có năm nước tham gia: Việt Nam có 3 đại biểu, Pháp có 5 đại biểu, Đức có 2 đại biểu, Nhật có 3 đại biểu và Mỹ có 4 đại biểu. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho các đại biểu sao cho 2 người cùng quốc tịch đều ngồi cạnh nhau?

*Câu 3 (2,5 điểm)*: Gọi  số hoán vị của bộ $(1;2;...n)$ mà có đúng k phần tử bất động là $P_n(k)$. Chứng minh rằng $\sum_{k=0}^{n} kP_n(k) = n!$

*Câu 4 (2,5 điểm):* Dãy số $\{a_n\}$ thu được từ các dãy số nguyên dương $\{1,2,3,\ldots\}$ bằng cách xóa đi các số chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 5. Tính số hạng $a_{2017}$.

**4. Bài kiểm tra Toán K28 - THPT Chuyên Thái Nguyên**

*Câu 1 (2,5 điểm):* Trong một cuộc họp có 5 đại biểu của nước Anh, 4 đại biểu của nước Mĩ, 3 đại biểu của nước Pháp, 2 đại biểu của nước Nga. Sắp xếp 14 đại biểu trên vào 14 vị trí cho trước xung quanh một bàn tròn. Biết 14 vị trí đó là tương đương nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các đại biểu của cùng một nước thì ngồi cạnh nhau?

*Câu 2 (2,5 điểm):* Có bao nhiêu cách sắp xếp n cặp vợ chồng thành một hàng ngang sao cho không có cặp vợ chồng nào ngồi gần nhau?

*Câu 3 (2,5 điểm)*: Cho *m, n* và *r* là các số nguyên dương sao cho $r < \min\{m,n\}$. Chứng minh rằng:

$$\sum_{k=0}^{r} C_n^k . C_m^{r-k} = C_{m+n}^r$$

*Câu 4 (2,5 điểm):* Giả sử tất cả các số nguyên tố cùng nhau với 105 được xếp thành dãy số tăng $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$.Tính số hạng $a_{1000}$.